

DOI: 10.32347/2786-7269.2026.16.403-418

УДК 528.48

Боднар С.П.,

bodnarsp@knu.ua, ORCID: 0000-0002-1052-5543,

Київський національний університет імені Тараса Шевченка

ВИЗНАЧЕННЯ РОБОЧОЇ ЗОНИ КУТІВ ПОВОРОТУ БАР-КОДОВОЇ РЕЙКИ НА ОСНОВІ РОБАСТНОЇ ОЦІНКИ ПОВТОРНИХ ВИМІРЮВАНЬ

У практиці виконанні високоточних робіт: геодезичного контролю осідань, моніторингу деформацій споруд в стіснених умовах (уцільнена забудова, вузькі коридори споруд, технологічні проходи, тунелі) виникають випадки відсутності можливості встановлення бар-кової рейки з дотриманням умови наближено ортогонального орієнтування її площини відносно візирного променя труби цифрового нівеліра. В таких ситуаціях спостереження виконуються під кутом до рейки розвернутої навколо власної вертикальної осі на деякий кут θ , що потенційно викликає появу систематичних похибок у відліках та погіршення повторюваності результатів. Метою дослідження є визначення в лабораторних умовах гранично допустимого кута повороту рейки за критерієм якості повторних вимірювань і формулювання рекомендацій застосування цифрового нівеліра Sokkia SDL30. Запропоновано алгоритм обчислення дескриптора за повторними відліками початку/кінця (start/end) штриха, визначення критерія стабільності $u_A(\theta)$ та робастного порогу $u_{95}=P95(u_A(\theta))$, який утворює робочу множину кутів Θ_W із гарантованою відтворюваністю. Емпіричними тестами на відстані 2 м підтверджено наявність значущої залежності між кутом повороту рейки θ та нормованим дескриптором $A_{norm}(\theta)$ (ANOVA: $F=2354,11$, $p<0,001$, $\eta^2 \approx 0,992$), а використання регресійного моделювання (поліномом 3-го порядку) продемонструвало отримання $R^2 = 0,976$.

Результати дослідження можуть бути використані для обґрунтованого вибору допустимих кутів спостереження рейки в умовах суттєвих просторових обмежень.

Ключові слова: цифрове нівелювання; бар-кодова рейка; кут повороту; стіснені умови; повторюваність; регресія.

Постановка проблеми. Цифрові нівеліри з бар-кодovими рейками забезпечують високу продуктивність та повторюваність вимірювань, однак коректність зчитування штрихового поля суттєво залежить від геометрії та умов спостережень. В ідеальному випадку робоча площа рейки має бути

ортогональною до візирного променю, а відхилення від такого положення зводиться до мінімуму. При вирішенні задач моніторингу осідань і деформацій в стіснених умовах будівництва та експлуатації споруд (вузькі проходи, близькість огорожувальних конструкцій, наявність перешкод, технологічні небезпеки тощо) нерідко неможливо забезпечити рекомендоване положення рейки. В такому випадку вимірювання виконуються під кутом до рейки θ , що змінює проєкційні характеристики штрихів інформаційного поля та може призводити до систематичних аберацій і зростання впливу випадкової складової похибок вимірювання.

В даній роботі запропоновано формалізований підхід до визначення параметрів граничного кута повороту рейки навколо власної вертикальної осі за результатами серій повторних вимірювань цифровим нівеліром Sokkia SDL30 на відстані 2 м.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Цифрове нівелювання з використанням бар-кодових рейок є одним із найбільш ефективних методів високоточного визначення перевищень, однак точність і відтворюваність таких вимірювань суттєво залежать від умов візування та взаємного положення системи «нівелір - рейка». Нормативна основа оцінювання точності вимірювання цифровими нівелірами у польових умовах задається стандартом ISO 17123-2:2001 (в Україні ДСТУ ISO 17123-2:2006 ч. 2 Нівеліри), де точність розглядається через призму результатів контрольних процедур і статистичної оцінки повторюваності [1, 2]. Разом із тим в стандарті не розглядається застосування випадку вимушеного повороту бар-кової рейки навколо власної вертикальної осі, що виникає за відсутності умов встановлення ортогонального орієнтування робочої площини рейки до візирного променю нівеліра, який характерний для стіснених умов щільної забудови.

Відомо, що принцип цифрового зчитування шкали бар-кової ґрунтується на алгоритмах кореляційної обробки зображення видимої частини штрихового поля. Цей підхід ґрунтовно проаналізований у матеріалах по використанню цифрових нівелірів Leica DNA, з акцентом на роль обчислювальної інтерпретації штрихів та відповідність проєкційних властивостей зображення еталонному шаблону [3]. Виникає, здавалось би, логічний висновок, що будь-які геометричні деформації штрихового поля рейки (перспектива, нерівномірне масштабування, зміщення меж штрихів) потенційно впливають на результат визначення відліку.

Практичні інструкції та технічні вимоги до умов зчитування бар-кодових рейок наведені у керівництві користувача та технічних специфікаціях для нівелірів серії SDL компанії Sokkia та однотипних нівелірів DL компанії Topcon [4, 5]. Ці джерела визначають допустимі режими роботи, загальні обмеження та

рекомендації, однак вони не пропонують формалізованого принципу встановлення допустимого граничного кута повороту рейки та визначення чіткого критерію для досягнення надійного результату при обмежених (з точки зору ортогональності положення площини штрихового поля) умовах вимірювань.

Окремий напрям досліджень пов'язаний із калібруванням цифрових нівелірів та виявленням систематичних складових похибок у системі «нівелір-рейка». У роботі Woschitz [5] з'ясовано, що цифрові нівеліри можуть проявляти стійкі систематичні складові похибок, які виявляються та компенсуються за допомогою високоточного лабораторного компараторного контролю (зокрема із застосуванням еталонних вимірювальних засобів). Подібну ідею розвивають Beshr та Ehigiator-Irughe [7], пропонуючи математичні моделі та процедури калібрування цифрових нівелірів для забезпечення прецизійних вимірювань. В роботі Varičević з співавторами подається методика калібрування бар-кодових рейок з оцінкою неоднозначності визначення положення країв штрих інформаційного поля та визначення масштабу сантиметрового градування [8]. Разом із тим, такі підходи орієнтовані переважно на калібрування в лабораторних умовах або за спеціальними технологіями і не вирішують прикладну задачу визначення допустимих кутів повороту рейки θ у випадках з обмеженими просторовими можливостями спостережень.

Важливими (на думку автора) є публікації, присвячені впливу зовнішніх чинників на точність вимірювань цифровими нівелірами. Beshr вказує, що результати цифрового нівелювання можуть погіршуватися за мінливих умов освітлення, що призводить до флуктуації точності та збільшення розсіювання результатів повторних вимірів [9]. В роботі Тревого з співавторами описана методика оцінки та підвищення точності цифрового нівелювання по одностороннім кодовим рейкам [10]. Результати експериментальних досліджень впливу вібрації при короткопроменевому нівелюванні цифровим нівеліром висвітлені в роботі Бурака [11]. Аналіз наведених публікацій підтверджує практичний висновок: факт успішного зчитування штрихового коду не гарантує метрологічної надійності, особливо в нестабільних умовах спостережень.

У дослідженні Mirzaev з співавторами систематизовано підходи до метрологічного забезпечення вимірювальної системи «цифровий нівелір - бар-кодова рейка», зроблено акцент на застосуванні лабораторних процедур контролю та необхідності вдосконалення методичних аспектів оцінювання впливових чинників [12]. Хоча ця робота є важливою щоб порушити питання метрологічної проблематики, у ній не наведено операційного критерію, який дозволяв би при виконанні робіт безпосередньо на об'єкті, визначати

допустимий кут повороту рейки та оберти стабільні значення за повторюваністю відліків.

Ще низка публікацій спрямована на геометричний аналіз штрихового (бар-кодowego) поля та оцінювання перспективних спотворень його зображення при зміні умов візування. Зокрема, Aksamitauskas і Rekus досліджують точність аналізу кодів рейок із використанням цифрових фотознімків, підкреслюючи, що штрихове поле може розглядатися як об'єкт кількісної оцінки геометричних параметрів та похибок відтворення меж штрихів [13]. Це створює теоретичне підґрунтя для трактування повороту рейки як джерела перспективних спотворень і виникнення похибок у визначенні відліку. Найбільш близькою до даного напрямку є роботи Noncharenko та співавторів [14, 15], де розглядається пряма кореляція впливу перспективного спотворення бар-кодowego поля на точність зчитування цифровим нівеліром та обґрунтовується важливість контролю геометричних умов візування. Водночас навіть у таких роботах зазвичай відсутній формалізований механізм визначення саме граничного кута повороту рейки на підставі повторюваності, придатний для стандартизованого застосування на практиці.

Таким чином, аналіз публікацій свідчить, що наявні джерела: перше - задають типові стандартизовані підходи до оцінювання точності нівелірів і загальні принципи контролю [1, 2]; друге - пояснюють алгоритмічні основи цифрового зчитування бар-кодowych шкал та технічні умови роботи приладів [3 - 5]; третє - описують калібрувальні процедури та систематику цифрових вимірювань [6 - 8]; четверте - підтверджують «чутливість» цифрових нівелірів до зовнішніх умов та чинників спостереження [9 - 12]; п'яте - демонструють можливість геометричного аналізу штрихового поля й вивчення впливу перспективних спотворень [13 - 15].

Проте недостатньо висвітленою залишається прикладна задача формалізованого визначення робочої множини кутів Θ_w та визначення граничного кута θ_{lim} саме для сценарію нівелювання з обмеженими можливостями ортогонального наведення на рейку.

Оригінальність і практична новизна даного напрямку досліджень полягає у переході від «геометричного» поняття допустимого кута повороту рейки до «метрологічного» визначення допустимих меж через критерій якості повторних вимірювань. Це дозволить об'єктивно відбирати стабільні результати і гарантувати відтворюваність відліків отриманих цифровими нівелірами в обмежених умовах виконання робіт.

Виклад основного матеріалу.

Умови та протокол експерименту. Експеримент виконано в лабораторних умовах за фіксованої відстані $D = 2$ м з варіюванням кута

повороту бар-кової рейки навколо власної вертикальної осі в межах « $-78^\circ \dots +78^\circ$ ». Рейка була встановлена вертикально на жорсткому стенді, а нівелір SDL30 знаходився в статичному положенні на штативі з фіксованою лінією візування. Для кожного значення кута θ серія спостережень виконувалась за незмінних умов геометрії (D , висота візування, положення приладу та рейки) та освітлення, що забезпечувало порівнюваність результатів серій і усьому діапазоні θ .

Фіксація кута повороту θ . Кут θ задавали поворотом рейки навколо вертикальної осі так, щоб при $\theta = 0^\circ$ робоча площа рейки була максимально ортогональною до візирного променя нівеліра. Далі рейку повертали дискретно в напрямках « $-$ » та « $+$ » до досягнення заданих умовами експерименту граничних значень $\pm 78^\circ$. Для зменшення похибки позиціонування перед кожною серією відліків перевіряли фіксацію кута (за шкалою кутоміра) та стабільність вертикального положення рейки (електронним інклінометром).

Схема відліків *start/end* (S-E) та повторність вимірювань. Для кожного θ виконували $n = 20$ повторів вимірювань за схемою S-E: реєстрували відлік у зоні початку штриха $S_i(\theta)$ та відлік у зоні кінця цього ж штриха $E_i(\theta)$. Одне повторювання вважалось завершеним після отримання пари значень $S_i(\theta)$, $E_i(\theta)$ без зміни θ . За потреби (поодинокі збої розпізнавання) вимірювання виконували повторно, без зміни кута θ . Для контролю «дрейфу» умов серію нульового положення $\theta = 0^\circ$ фіксували двічі: на початку та вкінці повного циклу спостережень.

Обчислення дескриптора різниці та статистики якості. Для i -го повтору на куті θ обчислювали різницю відліків кінців штриха:

$$A_i(\theta) = E_i(\theta) - S_i(\theta), \quad i = 1 \dots n \quad (1)$$

За результатами n повторів обчислювали середнє значення різниці $\bar{A}(\theta)$, характеристику розкидання $\sigma_A(\theta)$ та стандартну похибку середнього

$$u_A(\theta) = \sigma_A(\theta) / \sqrt{n}$$

Саме $u_A(\theta)$ використовували як індикатор сталості серії вимірювання за умови: малі значення u_A відповідають високій повторюваності та надійності визначення $\bar{A}(\theta)$ при даному куті повороту рейки.

Компенсація відносно $\theta = 0^\circ$ та нормування. Для однозначного порівняння результатів між кутами введено компенсацію відносно нульового положення:

$$A_c(\theta) = \bar{A}(\theta) - \bar{A}(0) \quad (2)$$

Наступним кроком виконували нормування на ширину штриха $W = 49,8$ мм (виміряна фактична довжина штриха бар-кового поля рейки):

$$A_{norm}(\theta) = A_c(\theta) / W \quad (3)$$

Такий перехід забезпечує безрозмірний дескриптор, який відображає саме зміну результату під впливом повороту рейки і зменшує залежність від абсолютного рівня відліків.

Відбір стабільних кутів та формування робочої множини Θ_W . Оскільки повторюваність може погіршуватися для окремих значень θ (через перспективні спотворення, зниження контрасту або нестабільність локалізації меж штрихів), запропоновано робастний поріг якості, визначений як 95-й перцентиль вибірки з множини значень $u_A(\theta)$:

$$u_{95} = P95(u_A(\theta))$$

Таблиця 1

Статус якості кутів

Статус якості	Умова за $u_A(\theta)$	Коротке пояснення
ПРИЙНЯТНО	$u_A(\theta) \leq u_{95}$	Висока повторюваність, кут входить в робочу зону Θ_W
ПОПЕРЕДЖЕННЯ	$u_{95} < u_A(\theta) \leq 1,25 \cdot u_{95}$	Гранична якість: допустимо для аналізу із застереженнями
ВІДХИЛЕНО	$u_A(\theta) > 1,25 \cdot u_{95}$ або $u_A(\theta)$ не визначено	Нестабільні/некоректні дані, кут виключається

Кути класифікували за зонами якості (табл. 1). Робоча множина кутів, придатних для надійного результату цифрового нівелювання, задається як:

$$\Theta_W = \{\theta : u_A(\theta) \leq u_{95}\}$$

Подальші графіки та висновки, щодо граничного кута повороту, сформульовані з урахуванням Θ_W , що дозволяє перейти від «геометричного» поняття граничного кута до «якісного» - за стабільністю повторних вимірювань.

Результати та їх обґрунтування. В результаті експерименту отримано повні залежності нормованого дескриптора асиметрії штрихового $A_{norm}(\theta)$ та метрики повторюваності $u_A(\theta)$ для цифрового нівеліра Sokkia SDL30. Встановлено, що $A_{norm}(\theta)$ змінюється систематично в усьому дослідженому діапазоні кутів. Це свідчить про наявність вираженого впливу повороту рейки на різницю відліків по протилежним кінцям штриха.

Загальний вигляд залежності $A_{norm}(\theta)$. На рис. 1 наведено залежність нормованого дескриптора $A_{norm}(\theta)$ від кута повороту θ у діапазоні « $-78^\circ \dots +78^\circ$ ».

Отримана функція $A_{norm}(\theta)$ демонструє систематичну зміну зі збільшенням $|\theta|$, що підтверджує чутливість цифрового алгоритму зчитування штрихового поля до проєкційних змін при повороті рейки. Зафіксовано наявність виразних екстремумів:

- максимум $A_{norm}(\theta)$ при $\theta = -78^\circ$: $A_{norm}(\theta) = 5,120 \cdot 10^{-6}$;
- мінімум $A_{norm}(\theta)$ при $\theta = +69^\circ$: $A_{norm}(\theta) = -1,205 \cdot 10^{-5}$.

Наявність екстремальних значень на кінцевих ділянках діапазону підтверджує, що при великих кутах повороту формується стійке систематичне зміщення результатів, яке вже не можна розглядати як випадкову похибку.

Таким чином, $A_{norm}(\theta)$ є інформативною характеристикою впливу геометрії візування на результат відліку.

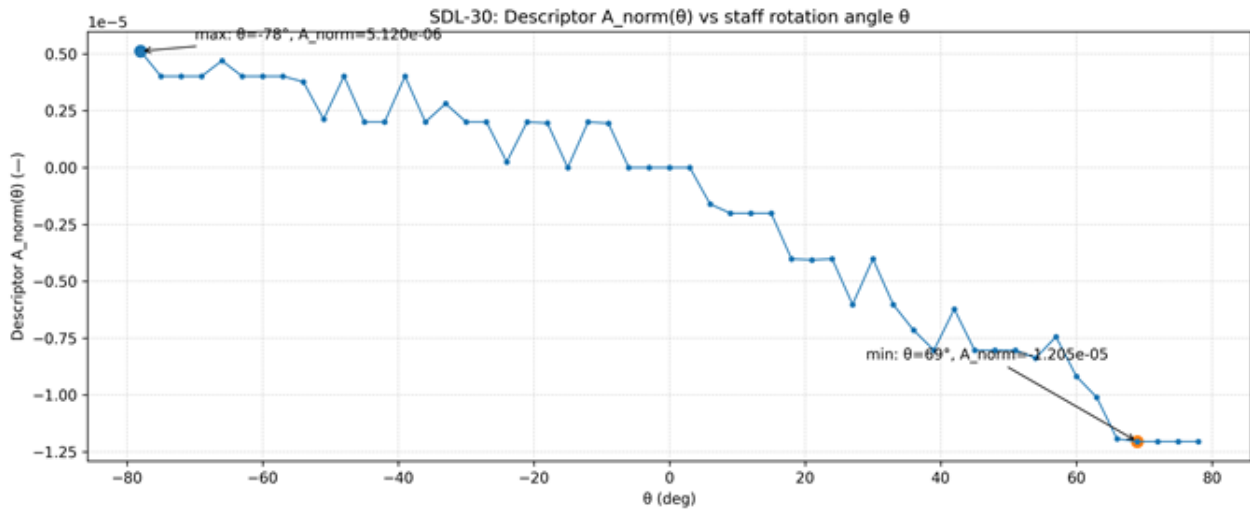


Рис. 1. Залежність дескриптора асиметрії штрихового поля $A_{norm}(\theta)$ від кута повороту рейки θ (SDL30, $n = 20$ пар $S-E$ на кут).

Повторюваність вимірювань та метрика якості $u_A(\theta)$. На рис. 2 наведено залежність стандартної похибки середнього $u_A(\theta)$, яка використовується як робастна метрика якості та критерій відбору кутів у робочу множину. Значення $u_A(\theta)$ оцінює стабільність середнього значення $\bar{A}(\theta)$ за результатами $n = 20$ повторних відліків для кожного кута θ , тобто характеризує рівень випадкового розсіювання та відтворюваність вимірювань.

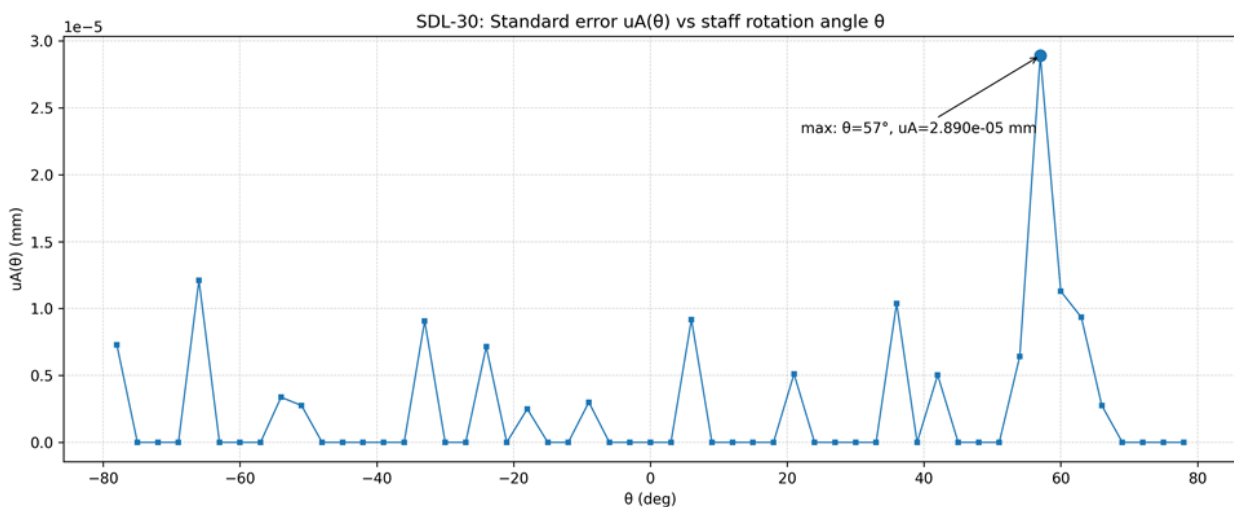


Рис. 2. Залежність стандартної похибки середнього $u_A(\theta)$ ($S-E$) від кута повороту рейки θ (SDL30, $n = 20$).

Встановлено, що $u_A(\theta)$ змінюється нерівномірно по діапазону кутів повороту рейки і має локальні ділянки погіршення. Найбільше значення метрики якості зафіксовано при $\theta = +57^\circ$, $u_A(\theta) = 2,890 \cdot 10^{-5}$ мм.

Практична значущість цього результату полягає в тому, що навіть за відносно згладженої поведінки $A_{norm}(\theta)$ можуть існувати окремі кути, для яких повторюваність результатів різко погіршується внаслідок зростання дисперсії повторів. Такі ефекти можуть бути зумовлені деградацією контрасту та зміною геометрії проєкції штрихів при повороті рейки, нестабільністю локалізації меж штрихів за перемінного освітлення, а також впливом внутрішніх чинників автоматичного розпізнавання алгоритмами цифрового нівеліра.

Побудова робочої множини кутів Θ_W та встановлення межі допустимості. Виявлені «зони нестабільності» означають, що граничний кут повороту рейки не може визначатися лише геометрично (за $|\theta|$), а повинен враховувати **якість повторюваності**. Для цього використано робастну оцінку порогу $u_{95} = P95(u_A(\theta))$ та сформовано робочу множину кутів $\Theta_W = \{\theta : u_A(\theta) \leq u_{95}\}$.

Практично це означає, що надійними при виконанні цифрового нівелювання в умовах обмежених можливостей орієнтації рейки є ті значення θ , для яких вимірювання зберігають стабільність, а саме u_{95} , не перевищує робастний поріг якості. Всі інші кути слід розглядати як **критичні**, адже вони можуть призводити до нестійкого відліку навіть при достатній кількості повторних вимірювань.

Статистичне підтвердження впливу θ на результат. Щоб довести, що зміни $A_{norm}(\theta)$ не є випадковими та мають закономірний характер, було виконано комплекс статистичних перевірок, що поєднують довірчі інтервали для середнього значення, дисперсійний аналіз (ANOVA), регресійне моделювання та структурну перевірку непарної та парної складових.

Для кожного кута θ за $n = 20$ повторів обчислено середнє значення різниці $\bar{A}(\theta)$ та стандартну похибку середнього u_{95} .

95% довірчий інтервал (95% ДІ) для $\bar{A}(\theta)$ задається як

$$95\% \text{ ДІ } \{ \bar{A}(\theta) \} = \bar{A}(\theta) \pm t_{0,975,n-1} \cdot u_A(\theta) \quad (4).$$

Наявність стійкого відхилення $A_{norm}(\theta)$ від нуля на значній частині діапазону кутів (рис. 3) свідчить, що відстежена тенденція не пояснюється випадковими флуктуаціями повторних відліків.

Нульову гіпотезу H_0 сформульовано як відсутність впливу кута повороту, тобто: усі середні значення $A(\theta)$ для різних θ статистично однакові. Альтернативна гіпотеза H_1 базується на тому, що існує принаймні один кут, для якого середнє значення $A(\theta)$ відрізняється.

Однофакторний дисперсійний аналіз (ANOVA), виконаний за усіма повторами, дав значення критерія Фішера $F = 2354,11$ при рівні статистичної значущості $p < 0,001$, що дозволяє впевнено відхилити H_0 та підтвердити істотний вплив кута θ на результат. Оцінка розміру ефекту $\eta^2 = 0,992$ свідчить, що переважна частка дисперсії результатів пояснюється саме зміною кута повороту рейки, а не випадковою похибкою повторів.

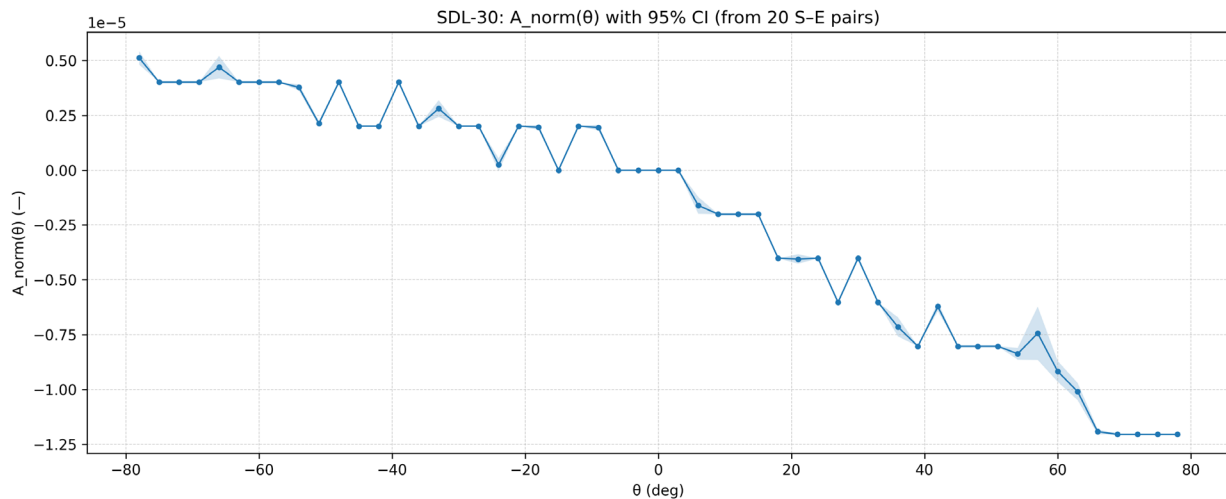


Рис. 3. Залежність $A_{norm}(\theta)$ від θ з 95% довірчими інтервалами ($n=20$ пар $S-E$ на кожен кут).

Для кількісного опису залежності нормованого дескриптора $A_{norm}(\theta)$ від кута повороту бар-кової рейки θ застосовано поліноміальну регресійну модель третього порядку:

$$A_{norm}(\theta) = b_0 + b_1\theta + b_2\theta^2 + b_3\theta^3 + \varepsilon \quad (5).$$

Оцінки параметрів моделі та їх статистичні характеристики наведено в таблиці 2.

Таблиця 2

Оцінки параметрів поліноміальної регресійної моделі $A_{norm}(\theta)$.

Параметр	Величина (b)	Стандартна похибка ($S-E$)	t -статистика	p -value
b_0	$-7,776654 \cdot 10^{-7}$	$1,754105 \cdot 10^{-7}$	-4,433	< 0,001
b_1	$-1,231973 \cdot 10^{-7}$	$6,510611 \cdot 10^{-9}$	-18,923	< 0,001
b_2	$-5,879567 \cdot 10^{-10}$	$6,267913 \cdot 10^{-11}$	-9,380	< 0,001
b_3	$2,390812 \cdot 10^{-12}$	$1,575215 \cdot 10^{-12}$	1,518	0,1354

Наведені результати показують, що коефіцієнти b_0 , b_1 та b_2 є статистично значущими ($p < 0,001$), тобто кут повороту рейки формує істотну зміну $A_{norm}(\theta)$ і виявляє комбінований характер залежності (лінійна та квадратична складові). Натомість кубічний член b_3 не досягає рівня значущості ($p=0,1354$), що свідчить про відсутність суттєвого додаткового внеску третього ступеню в межах розглянутої експериментальної вибірки.

Статистичну значущість впливу кута θ на результати зчитування цифровим нівеліром підтверджено однофакторним дисперсійним аналізом (ANOVA), результати якого наведені в табл. 3.

Таблиця 3

Однофакторний дисперсійний аналіз (ANOVA) впливу кута θ на $A_{norm}(\theta)$

Джерело варіації	SS (сума квадратів)	df	MS (середній квадрат)	F	p-value
Між групами (кут θ)	$7,737991 \cdot 10^{-5}$	52	$1,488075 \cdot 10^{-6}$	2354,1104	< 0,001
Всередині груп (похибка)	$6,491850 \cdot 10^{-7}$	1027	$6,321178 \cdot 10^{-10}$	—	—
Загалом	$7,802909 \cdot 10^{-5}$	1079	—	—	—

Для кількісного опису форми експериментальної залежності використано поліноміальну регресійну модель третього порядку (5).

Отримано високий рівень пояснення варіації результатів: $R^2=0,976$, а значущість моделі в цілому за F-тестом становить $p = 2,233 \cdot 10^{-40}$. Це підтверджує систематичний характер залежності $A_{norm}(\theta)$ та її високу узгодженість з обраною функціональною формою.

Для однозначного порівняння результатів між різними кутами повороту введено компенсоване значення різниці відліків A_{comp} відносно нульового положення рейки:

$$A_{comp} = \bar{A}(\theta) - \bar{A}(0) \quad (6).$$

де $\bar{A}(\theta)$ - середнє значення різниці відліків кінців штриха для кута θ , а $\bar{A}(0)$ відповідне значення при $\theta = 0^\circ$.

Введення A_{comp} виключає постійний базовий зсув та дозволяє аналізувати «чистий» ефект, зумовлений саме поворотом рейки.

Для додаткової верифікації фізичної природи ефекту виконано структурне розкладання A_{comp} на *непарну* та *парну* складові (рис. 4) відносно знаку кута повороту:

$$A_{odd} = \frac{A_{comp}(\theta) - A_{comp}(-\theta)}{2}$$

$$A_{odd}(\theta) = \frac{A_{comp}(\theta) - A_{comp}(-\theta)}{2}, \quad A_{even}(\theta) = \frac{A_{comp}(\theta) + A_{comp}(-\theta)}{2}, \quad (7).$$

Непарна складова $A_{odd}(\theta)$ відображає компоненту, узгоджену з перспективною зміною проєкційних характеристик штрихів при зміні знаку кута, тоді як парна складова $A_{even}(\theta)$ вказує на наявність симетричних систематичних похибок, зумовлених умовами мінливості освітлення, геометрією експерименту або особливостями автоматичного розпізнавання

штрих-кодового інформаційного поля внутрішніми (програмними) алгоритмами цифрового нівеліра.

Для перевірки гіпотези про випадковий характер зв'язку між кутом повороту θ та дескриптором $A_{norm}(\theta)$ виконано перестановочний тест, в якому значення $A_{norm}(\theta)$ випадково перемішувалися між кутами ($B = 10000$ перестановок).

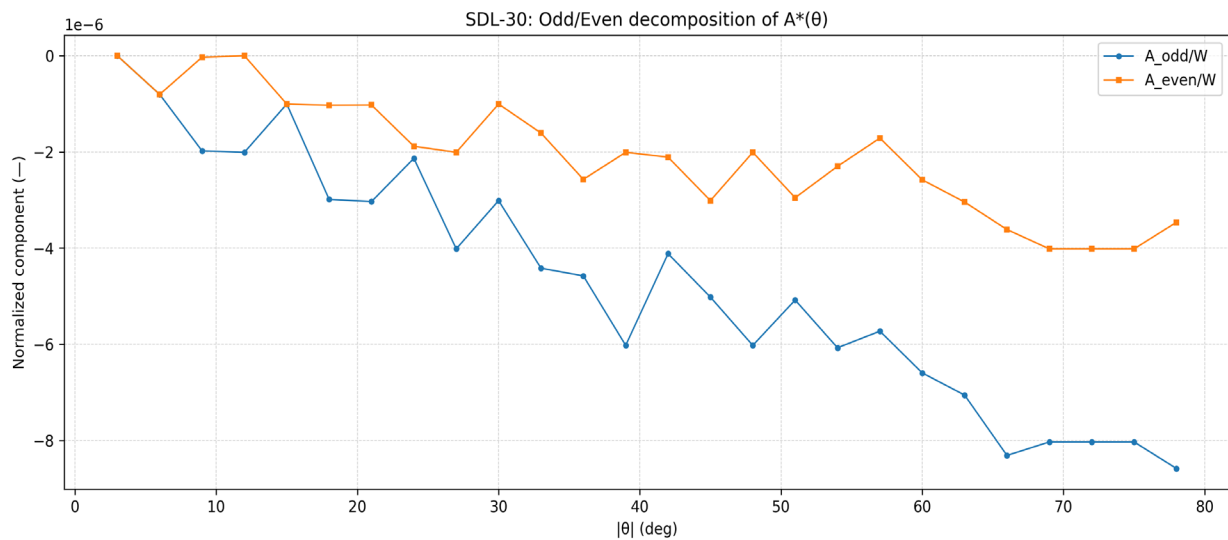


Рис. 4. Розкладання A_{comp} на непарну $A_{odd}(\theta)$ та парну $A_{even}(\theta)$ складові.

Після кожної перестановки обчислювався коефіцієнт детермінації поліноміальної регресії 3-го порядку. Спостережуване значення становить $R^2=0,976$ тоді як максимальне з 10000 випадкових значень не перевищує 0,375 (рис. 5).

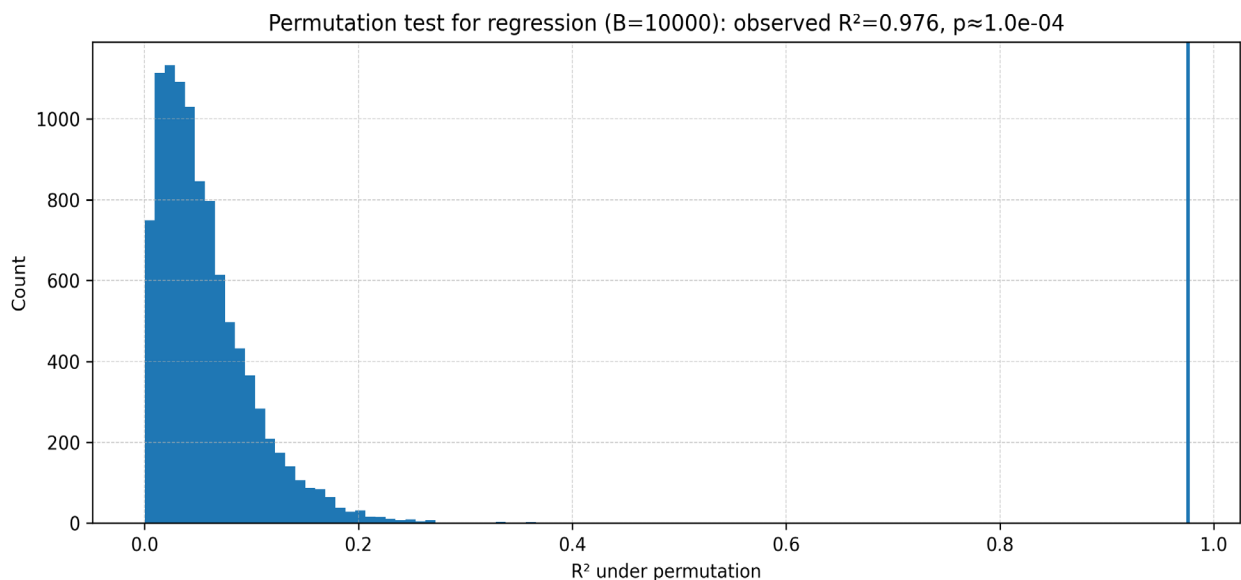


Рис. 5. Розподіл R^2 для B перестановок (пермутаційний тест); вертикальна лінія - спостережуване R^2 .

Емпірична p -оцінка ($p \approx 1,0 \cdot 10^{-4}$), отримана перестановочним тестом, означає, що ймовірність спостерігати настільки високе значення узгодження (наприклад, R^2) випадково, за умови відсутності реального зв'язку між θ та $A_{norm}(\theta)$, становить близько 0,01%. Це підтверджує статистично значущу не випадковість встановленої залежності.

Додатково для підтвердження стійкого зв'язку між кутом повороту θ та дескриптором $A_{norm}(\theta)$, застосовано *непараметричні кореляційні критерії*, які не вимагають нормального розподілу та лінійної залежності.

Таблиця 4

Кореляційні оцінки зв'язку між θ та $A_{norm}(\theta)$

Метрика	Оцінка	p -value
<i>Pearson r</i>	-0,965449	< 0,001
<i>Spearman ρ</i>	-0,985188	< 0,001
<i>Kendall τ</i>	-0,922910	< 0,001

Усі три оцінки (Pearson, Spearman, Kendall) демонструють сильний від'ємний зв'язок з високою статистичною значущістю $p < 0,001$ (див. табл. 4).

Узагальнення результатів та рекомендації для прикладного застосування. Отримані експериментальні залежності $A_{norm}(\theta)$ для нівеліра Sokkia SDL30 на відстані $D = 2$ м засвідчили наявність статистично значущого впливу кута повороту бар-кової рейки θ на результат цифрового зчитування штрихового поля. Встановлено, що $A_{norm}(\theta)$ змінюється систематично зі зростанням $|\theta|$, а метрика якості $u_A(\theta)$ має нерівномірний характер і формує локальні зони погіршення повторюваності. Це означає, що практичну межу допустимих кутів доцільно визначати не суто геометрично, а за критерієм надійності повторних вимірювань. Для цього запропоновано формувати робочу множину кутів $\Theta_W = \{\theta : u_A(\theta) \leq u_{95}\}$, яка забезпечує відтворюваність відліків в умовах, коли ортогональне встановлення рейки є неможливим. Комплексна перевірка (ANOVA, регресійний аналіз, перестановочний тест і кореляційні оцінки) демонструє узгодженість висновків: кутовий ефект перспективних спотворень має систематичний і відтворюваний характер, а відтак є обов'язковим чинником для врахування в практиці цифрового нівелювання.

Обговорення. В обмежених умовах ортогональне наведення відносно робочої площини бар-кової рейки нерідко є неможливим, тому завдання визначення «граничного кута повороту рейки» доцільно характеризувати не лише за геометричними аспектами, а й за критерієм якості вимірювань. Експеримент показав, що за зростання $|\theta|$ змінюється не тільки дескриптор $A_{norm}(\theta)$, але й повторюваність результатів, причому для окремих кутів виникають локальні зони нестабільності (підвищення шуму та варіативності відліків). Для робастного відбору стабільних кутів запропоновано поріг

$u_{95}=P95(u_A(\theta))$, який дозволяє сформувати робочу множину $\Theta_W = \{\theta : u_A(\theta) \leq u_{95}\}$ орієнтовану на відтворюваність повторних вимірювань.

Перевагою підходу є його адаптивність. Поріг якості визначається за статистикою конкретної серії вимірювань та може переноситися на інші комбінації системи «нівелір - рейка - умови спостережень» після відповідної калібрувальної перевірки.

Висновки. Запропоновано методику визначення робочої зони кутів Θ_W для цифрового нівелювання в обмежених умовах спостережень на основі робастної оцінки повторюваності результатів. Експериментально підтверджено статистично значущий, систематичний і відтворюваний вплив кута повороту рейки θ на $A_{norm}(\theta)$ та на якість зчитування штрихового поля, що узгоджено з результатами ANOVA і регресійного аналізу. Обґрунтовано практичне визначення граничного кута як $\theta_{lim} = \max_{\theta \in \Theta_W} |\theta|$, тобто через максимальне $|\theta|$, для якого забезпечується прийнятна повторюваність результатів. Запропоновані рекомендації щодо використання метрики $u_A(\theta)$ і порогу u_{95} , які забезпечують надійне зчитування відліків по бар-кодовій рейці нівеліром SDL30 у випадках, коли ортогональне наведення є технічно недосяжним.

Список використаних джерел:

1. ISO 17123-2:2001. Optics and optical instruments - Field procedures for testing geodetic and surveying instruments - Part 2: Levels. International Organization for Standardization, 2001. [Електронний ресурс]. – Режим доступу до ресурсу: URL: <https://cdn.standards.iteh.ai/samples/30199/2fd7dcc2975245d1bd33ea262ef0bd6a/ISO-17123-2-2001.pdf>
2. ДСТУ ISO 17123-2:2006 Оптика та оптичні прилади. Методики випробування геодезичних та знімальних приладів у польових умовах. Частина 2. Нівеліри (ISO 17123-2:2001, IDT) [Електронний ресурс]. – Режим доступу до ресурсу: URL: https://online.budstandart.com/ua/catalog/doc-page?id_doc=50712
3. Schneider F., Dixon B. The New Leica Digital Levels DNA03 and DNA10 // FIG Working Week 2002. Washington, D.C., USA, 2002. [Електронний ресурс]. – Режим доступу до ресурсу: URL: <https://www.discountpdh.com/wp-content/themes/discountpdh/pdf-course/electronic-digital-level.pdf>
4. Sokkia (Topcon). SDL30 / SDL50 Digital Level: Operator's Manual (13th edition) [Електронний ресурс]. – Режим доступу до ресурсу: URL: https://eu.sokkia.com/sites/default/files/sc_files/downloads/sdl30-50_operators_manual_-_13th_ed.pdf
5. Sokkia (Topcon). Digital Levels SDL30 / SDL50: Brochure / Specifications [Електронний ресурс]. – Режим доступу до ресурсу: URL: https://eu.sokkia.com/sites/default/files/product/downloads/sokkia_sdl30_sdl50_brochure_b_team_en_eu_low.pdf
6. Woschitz H. System Calibration of Digital Levels: Experimental Results of Systematic Effects. Graz University of Technology, 2002. [Електронний ресурс]. – Режим доступу до ресурсу: URL: https://www.researchgate.net/publication/228885905_System_Calibration_of_Digital_Levels-Experimental_Results_of_Systematic_Effects

7. Beshr A.A.A., Ehigiator-Irughe R. Development and Implementation of Calibration Mathematical Models and Procedures for Precise Digital Level // *European Journal of Environment and Earth Sciences*. 2020. Vol. 1, No. 4. URL: <https://doi.org/10.24018/ejgeo.2020.1.4.50>.
8. Baričević S., Staroveški T., Barković Đ., Zrinjski M. Measuring uncertainty analysis of the new leveling staff calibration system // *Sensors*. 2023. 23(14). 6358. <https://doi.org/10.3390/s23146358>
9. Beshr A.A.A. Investigating the accuracy of digital levels and reflectorless total stations for purposes of geodetic engineering // *Alexandria Engineering Journal*. 2011. URL: <https://doi.org/10.1016/j.aej.2011.12.004>.
10. Тревого І., Ільків Є, Ткаченко Ю. Точність цифрового нівелювання з врахуванням додаткових переміщень рейок // *Геодезія, картографія і аерофотознімання*. 2011. (74). 10–13. [Електронний ресурс]. – Режим доступу до ресурсу: URL: <https://science.lpnu.ua/sites/default/files/journal-paper/2017/may/1810/gka74201103.pdf>
11. Буряк К., Шпаківський О. Експериментальне дослідження впливу вібрації на результати високоточного нівелювання коротким променем цифровим нівеліром SDL30M. // *Сучасні досягнення геодезичної науки та виробництва*. 2011. 2(22). 134–135. [Електронний ресурс]. – Режим доступу до ресурсу: URL: <https://ena.lpnu.ua/items/08505546-9bfb-4f2e-9be2-26fbde49c0dc>
12. Mirzaev A., Yekimov S., Khavina I., Pyurko O., Hlebova N. Modern state of metrological support of “digital level – barcode staff” measurement systems // *E3S Web of Conferences*. 2024. Vol. 587. 03018. URL: <https://doi.org/10.1051/e3sconf/202458703018>.
13. Aksamitauskas V.Č., Rekus D. Accuracy research on coded levelling staff using digital photos // *Geodesy and Cartography*. 2009. Vol. 35, No. 4. P. 140–143. URL: <https://doi.org/10.3846/1392-1541.2009.35.140-143>.
14. Гончаренко О., Боднар С., Дубницька М. Вплив перспективного спотворення поля бар-кодової нівелірної рейки на точність відліків цифрового нівеліра // *Вісник Київського національного університету імені Тараса Шевченка. Військово-спеціальні науки*. 2025. № 2 (62). С. 73–77. URL: <https://doi.org/10.17721/1728-2217.2025.62.73-77>.
15. Honcharenko O., Bodnar S., Dubnytska M., Molochko M. Impact of Perspective Distortion on the Accuracy of Digital Level Measurements: Experimental and Modeling Insights // *International Conference of Young Professionals «GeoTerrace-2025»*, Oct. 2025, Volume 2025, p.1 – 5. <https://doi.org/10.3997/2214-4609.202552053>.

Serhii BODNAR

Taras Shevchenko National University of Kyiv

DETERMINATION OF THE WORKING ZONE OF BARCODE RAIL ROTATION ANGLES BASED ON ROBUST ESTIMATION OF REPEATED MEASUREMENTS

This paper presents a repeatability-driven methodology for determining the working range of rotation angles of a barcode leveling staff about the vertical axis in digital leveling, addressing practical conditions where the staff plane cannot be aligned orthogonally to the line of sight due to restricted space (construction sites, narrow corridors, engineering niches, and deformation monitoring setups). Unlike purely geometric interpretations of a “limiting angle,” the proposed approach defines admissibility through measurement quality, i.e., the stability of repeated readings at

each rotation angle. The experimental study was carried out under laboratory conditions using a Sokkia SDL30 digital level at a fixed distance of $D = 2$ m across the full rotation interval barcode rail $-78^\circ \dots +78^\circ$. For each angle θ , $n = 20$ repeated observations were collected using the *S-E* scheme, where the digital level readings were taken at the start and end edges of the same stripe. Based on the repeated measurements, the mean difference $\bar{A}(\theta)$, the dispersion estimate $\sigma_A(\theta)$, and the standard error of the mean $u_A(\theta)$ were computed to quantify both the systematic trend and repeatability of the descriptor. To ensure consistent inter-angle comparison and suppress configuration-specific offsets, the results were compensated relative to the reference position $\theta=0^\circ$ and normalized by the stripe width $W=49,8$ mm, producing the dimensionless descriptor $A_{norm}(\theta)$. A robust selection threshold is introduced as $u_{95}=P95(u_A(\theta))$, which separates stable and unstable angles and enables forming the working set $\Theta_W = \{\theta : u_A(\theta) \leq u_{95}\}$. The effect of staff rotation on descriptor behavior and repeatability was statistically validated using a set of complementary tests, including ANOVA, regression modeling, permutation testing, and correlation measures, confirming that θ significantly influences digital stripe reading results. The proposed framework provides actionable recommendations for selecting admissible staff rotation angles and establishing an operational “working zone” Θ_W , thereby improving the reliability of digital leveling when orthogonal staff alignment is impossible and consistent accuracy is required in constrained measurement geometries.

Keywords: digital leveling; barcode staff; staff rotation angle; working angle set Θ_W ; robust quality threshold; repeatability; standard error.

REFERENCES

1. ISO 17123-2:2001 (2001). Optics and optical instruments - Field procedures for testing geodetic and surveying instruments - Part 2: Levels. International Organization for Standardization. {in English}
2. DSTU ISO 17123-2:2006 (2006). Оптика та оптичні прилади. Методыкы впробування хеодезычных та знімал'ных приладів у пол'овыкх умовакх. Chastyna 2. Niveliry (ISO 17123-2:2001, IDT). {in Ukrainian}
3. Schneider F., Dixon B. (2002). The New Leica Digital Levels DNA03 and DNA10 // FIG Working Week 2002. Washington, D.C., USA. {in English}
4. Sokkia (Topcon). SDL30 / SDL50 Digital Level: Operator's Manual (13th edition) {in English}
5. Sokkia (Topcon). Digital Levels SDL30 / SDL50: Brochure / Specifications {in English}
6. Woschitz H. (2002). System Calibration of Digital Levels: Experimental Results of Systematic Effects. Graz University of Technology. {in English}

7. Beshr A.A.A., Ehigiator-Irughe R. (2020). Development and Implementation of Calibration Mathematical Models and Procedures for Precise Digital Level // *European Journal of Environment and Earth Sciences*. Vol. 1, No. 4. {in English}
8. Baričević S., Staroveški T., Barković Đ., Zrinjski M. (2023). Measuring uncertainty analysis of the new leveling staff calibration system // *Sensors*. 2023. 23(14). 6358. {in English}
9. Beshr A.A.A. (2011). Investigating the accuracy of digital levels and reflectorless total stations for purposes of geodetic engineering // *Alexandria Engineering Journal* {in English}
10. Trevoho I., Ilkiv Ye., Tkachenko Yu. (2011). Tochnist' tsyfrovoho nivelyuvannya z vrakhuvannyam dodatkovykh peremishchen' reyok // *Heodeziya, kartohrafiya i aerofotoznimannya*. (74). p. 10-13. {in Ukrainian}
11. Burak K., Shpakivskyi O. (2011). Eksperymental'ne doslidzhennya vplyvu vibratsiyi na rezul'taty vysokotochnoho nivelyuvannya korotkym promenem tsyfrovym nivelirov SDL30M. // *Suchasni dosyahnennya heodezychnoyi nauky ta vyrobnytstva*.2(22). p. 134–135. {in Ukrainian}
12. Mirzaev A., Yekimov S., Khavina I., Pyurko O., Hlebova N. (2024). Modern state of metrological support of “digital level – barcode staff” measurement systems // *E3S Web of Conferences*. 2024. Vol. 587. 03018. {in English}
13. Aksamitauskas V.Č., Rekus D. (2009). Accuracy research on coded levelling staff using digital photos // *Geodesy and Cartography*. Vol. 35, No. 4. p. 140–143. {in English}
14. Honcharenko O., Bodnar S., Dubnytska M. (2025). Vplyv perspektyvnoho spotvorennya polya bar-kodovoyi nivelirnoyi reyky na tochnist' vidlikiv tsyfrovoho nivelira // *Visnyk Kyyivs'koho natsional'noho universytetu imeni Tarasa Shevchenka. Viys'kovo-spetsial'ni nauky*. 2025. № 2(62). p. 73–77. {in Ukrainian}
15. Honcharenko O., Bodnar S., Dubnytska M., Molochko M. Impact of Perspective Distortion on the Accuracy of Digital Level Measurements: Experimental and Modeling Insights // *International Conference of Young Professionals «GeoTerrace-2025»*, Oct. 2025, Volume 2025, p. 1 – 5. {in Ukrainian}