

DOI: 10.32347/2786-7269.2025.11.522-533

УДК 624.04

д.т.н., професор **Сур'янінов М.Г.**,

sng@odaba.edu.ua, ORCID: 0000-0003-2592-5221,

к.т.н., доцент **Кіріченко Д.О.**,

dkirichenko@odaba.edu.ua, ORCID: 0000-0002-8484-0925,

асистент **Сур'янінов В.М.**,

citykboss@odaba.edu.ua, ORCID: 0009-0006-9620-4287,

Одеська державна академія будівництва та архітектури, м. Одеса

## **АНАЛОГІЯ РОЗРАХУНКОВОЇ СХЕМИ ЦИЛІНДРИЧНОГО КОЛОДЯЗЯ ЗІ СХЕМОЮ ВИГИНУ ПРИЗМАТИЧНОЇ БАЛКИ, ЩО ЛЕЖИТЬ НА СУЦІЛЬНІЙ ПРУЖНІЙ ОСНОВІ**

*Елементи круглої або кільцевої форми перерізу використовуються у багатьох інженерних спорудах. Конструктивні рішення таких елементів та діючі експлуатаційні навантаження дуже різноманітні, що зумовлює різноманітність методів їх розрахунку та необхідність удосконалення існуючих і розробку принципово нових методів розрахунку. Одним із таких методів є чисельно-аналітичний метод граничних елементів.*

*Особливе місце у ряді конструкцій кільцевої форми перерізу займають колодязі циліндричної форми. Проектування та розрахунок колодязів регламентується відповідними нормативними документами. З погляду будівельної механіки такий колодязь являє собою замкнуту кругову циліндричну оболонку постійної товщини, навантажену по всій поверхні рівномірним нормальним тиском. Основні аналітичні методи аналізу їх роботи розроблені у минулому столітті. Це безмоментна та моментна теорії оболонок, напівмоментна теорія. Аналіз літератури показує, що розробці нових методів розрахунку залізобетонних та сталевібробетонних циліндричних оболонок приділяється дуже мало уваги, тому цей напрям є досить актуальним.*

*У роботі показано аналогію розрахункової схеми циліндричного колодязя зі схемою вигину призматичної балки, що лежить на суцільній пружній основі. Ця аналогія відкриває можливість для наступного застосування чисельно-аналітичного методу граничних елементів до розрахунку колодязя, оскільки розв'язок завдання про вигин призматичної балки, що лежить на суцільній пружній основі, був отриманий цим методом раніше.*

*Розглянута робота на вигин замкненої кругової циліндричної рівномірно завантаженої оболонки, підкріпленої між поперечними діафрагмами рівновидаленими однаковими кільцевими ребрами однакової площі поперечного перерізу.*

*Ключові слова:* залізобетон; колодязь; циліндрична оболонка; пружна основа; метод граничних елементів.

**Вступ.** Елементи круглої або кільцевої форми перерізу використовуються в багатьох інженерних спорудах, таких як напірні та безнапірні труби, опори ліній електропередач, водонапірні вежі тощо. буд. Конструктивні рішення таких елементів та діючі експлуатаційні навантаження дуже різноманітні, що зумовлює різноманітність методів їх розрахунку та зумовлює необхідність удосконалення існуючих та розробку принципово нових методів розрахунку.

**Аналіз попередніх досліджень.** Проектування та розрахунок колодязів регламентується відповідними нормативними документами. У нашій країні це ДСТУ Б В. 2.6-106: 2010 [1]. У кількох країнах колишнього СРСР - Вірменії, Казахстані, Киргизії, Росії - Міждержавний стандарт [2]. У європейських країнах — EN1992-1-4 [3].

Методи розрахунку бетонних та фібробетонних колодязів є предметом багатьох досліджень [4-10]. Особливе місце займають колодязі циліндричної форми, які є довгими циліндричними оболонками. Основні аналітичні методи аналізу их работы розроблені у минулому столітті. Це безмоментна та моментна теорії оболонок, напівмоментна теорія В.З. Власова [11]. Питання міцності та тріщиностійкості залізобетонних циліндричних оболонок давно привертають увагу вчених [12]. Цей інтерес не слабшає і зараз. Відмітимо роботи [13-16].

Аналіз літератури показує, що розробці нових методів розрахунку залізобетонних та сталевіфібробетонних циліндричних оболонок приділяється дуже мало уваги, тому цей напрямок є досить актуальним.

**Мета.** Метою роботи є відстеження аналогії розрахункової схеми циліндричного колодязя зі схемою вигину призматичної балки, що лежить на суцільній пружній основі, для наступного застосування чисельно-аналітичного методу граничних елементів до розрахунку колодязя.

**Матеріали та методи дослідження.** Матеріали досліджуваних конструкцій колодязів— звичайний залізобетон та залізобетон з додатковим дисперсним армуванням. Використовуються методи будівельної механіки, математичного аналізу теорії пружності, метод аналогій.

### **Результати та обговорення.**

Розглянемо залізобетонний опускний колодязь циліндричної форми (рис. 1). З точки зору будівельної механіки такий колодязь являє собою замкнуту кругову циліндричну оболонку постійної товщини, навантажену по всій поверхні рівномірним нормальним тиском інтенсивністю  $F$  (рис. 2).



Рис. 1. Опускний колодезь

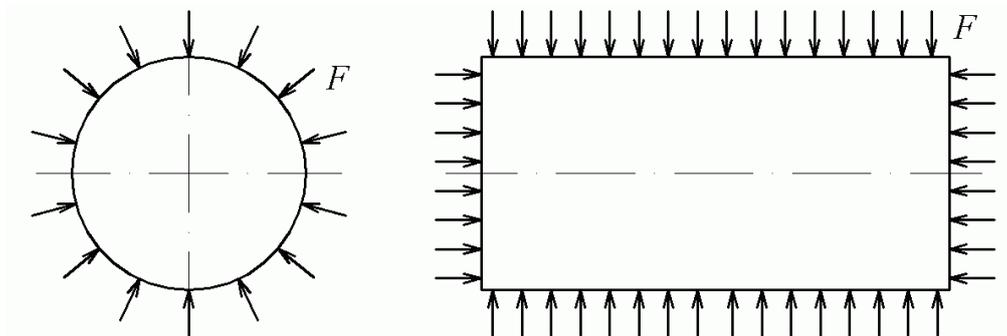


Рис. 2. Замкнена кругова циліндрична оболонка, завантажена всебічним зовнішнім рівномірно розподіленим тиском

Зважаючи на симетрію навантаження щодо осі оболонки, деформація останньої буде також симетричною. Вигин такої оболонки можна характеризувати вигином балки-смужки одиничної ширини, виділеної з оболонки, що розглядається, двома меридіональними площинами. (рис. 3).

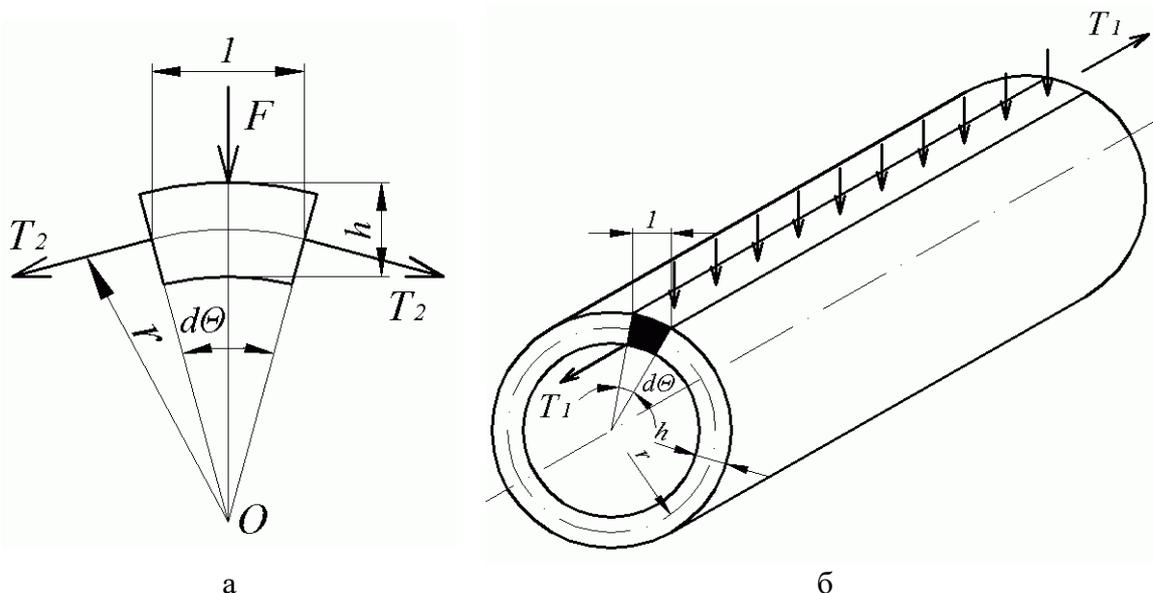


Рис. 3. До висновку диференціального рівняння осесиметричного вигину кругової циліндричної оболонки

На балку-смужку діятимуть:

- а) рівномірно розподілене вздовж її довжини поперечне навантаження  $F$ ;
- б) зусилля  $T_2$ , прикладені до бокових граней балки-смужки і характеризують вплив відсіченої частини оболонки. Зусилля  $T_2$  спрямовані щодо до кола поперечного перерізу оболонки;
- в) поздовжні зусилля  $T_1$ , спричинені дією нормального тиску на торцеві перебирання оболонки.

Так як кут між меридіональними перерізами балки-смужки одиничної ширини (рис. 3, а) дорівнює

$$d\theta = \frac{1}{r},$$

то рівнодіюча зусиль  $T_2$  дорівнює  $\frac{T_2}{r}$  і сумарна інтенсивність поперечного навантаження балки-смужки

$$p_1 = p + \frac{T_2}{r}.$$

Оскільки балка-смужка, що розглядається, крім поперечного навантаження, схильна ще й до дії поздовжніх зусиль  $T_1$ , то диференціальне рівняння вигину такої балки-смужки запишеться в наступному вигляді

$$D \frac{d^4 w}{dx^4} - T_1 \frac{d^2 w}{dx^2} = p_1,$$

або

$$D \frac{d^4 w}{dx^4} - T_1 \frac{d^2 w}{dx^2} = p + \frac{T_2}{r}, \quad (1)$$

де  $D = \frac{Eh^3}{12(1-\mu^2)}$  — циліндрична жорсткість;  $\mu$  — коефіцієнт Пуассона.

Зусилля  $T_1$  може бути виражене через зовнішній тиск  $p$ , що діє на торцеві діафрагми оболонки і викликає стиск оболонки вздовж твірної. Очевидно, що

$$T_1 = -\frac{\pi r^2 p}{2\pi r} = -\frac{pr}{2}. \quad (2)$$

Відповідно до закону Гука, для плоского напруженого стану можна записати, що

$$\varepsilon_2^0 = \frac{1}{Eh}(T_2 - \mu T_1), \quad (3)$$

де  $\varepsilon_2^0$  — лінійна деформація серединної поверхні оболонки в напрямку до її кола.

При симетричній деформації оболонка отримує деяке рівномірне обтискання, яке супроводжується зменшенням радіусу кривизни оболонки на величину  $w$ . Тоді лінійна деформація серединної поверхні оболонки визначиться із очевидної залежності

$$\varepsilon_2^0 = \frac{2\pi(r-w) - 2\pi r}{2\pi r} = -\frac{w}{r}. \quad (4)$$

Виключаючи з (3) за допомогою (4) величину  $\varepsilon_2^0$  і дозволяючи отримане при цьому рівняння щодо  $T_2$ , отримаємо

$$T_2 = \mu T_1 - Eh \frac{w}{r}. \quad (5)$$

За допомогою отриманих залежностей (2) та (5) виключимо зусилля  $T_1$  та  $T_2$  з рівняння (1).

Отримаємо:

$$D \frac{d^4 w}{dx^4} + \frac{pr}{2} \frac{d^2 w}{dx^2} + \frac{Eh}{r^2} w = p \left( 1 - \frac{\mu}{2} \right). \quad (6)$$

Останнім рівнянням визначається пружна поверхня кругової циліндричної оболонки, обмеженої по кінцях торцевими діафрагмами та навантаженою всебічним рівномірним зовнішнім тиском.

Диференціальне рівняння (6) за своєю структурою представляє рівняння вигину призматичної балки жорсткості  $EI = D$ , лежачої на суцільному пружному підставі жорсткістю

$$k = \frac{Eh}{r^2}, \quad (7)$$

навантаженим рівномірно розподіленим навантаженням інтенсивністю

$$q = p \left( 1 - \frac{\mu}{2} \right) \quad (8)$$

та поздовжньою силою

$$T = -\frac{pr}{2}. \quad (9)$$

У позначеннях (7)-(9) рівняння (6) перепишеться у вигляді

$$EI w^{IV} - T w'' + k w = q. \quad (10)$$

Рівняння (10) і можливі форми його загального інтеграла добре відомі. Форма загального інтеграла визначається чисельним значенням параметра  $\beta$ :

$$\beta = \frac{T}{2\sqrt{EI k}}. \quad (11)$$

Для оболонок, що становлять найбільший практичний інтерес, параметр  $\beta$  задовольняє умові  $0 < \beta^2 < 1$ . Тоді загальний інтеграл рівняння (10), або, що те саме, рівняння (6), запишеться у вигляді

$$w(x) = C_1 ch\delta x \cos \gamma x + C_2 ch\delta x \sin \gamma x + C_3 sh\delta x \cos \gamma x + C_4 sh\delta x \sin \gamma x + w_{частин}, \quad (12)$$

де

$$\delta = \alpha \sqrt{1 + \beta}; \quad \gamma = \alpha \sqrt{1 - \beta}; \quad \alpha = \sqrt[4]{\frac{k}{4EI}}. \quad (13)$$

Оскільки  $p = const$ , то часткове рішення визначиться за формулою

$$w_{частин} = \frac{q}{k} = \frac{pr^2}{Eh} \left( 1 - \frac{\mu}{2} \right). \quad (14)$$

Замкнена циліндрична оболонка, обмежена по кінцях поперечними діафрагмами, не може сприймати великих зовнішніх поперечних тисків, якщо відстань між діафрагмами досить велика. Така оболонка може втратити стійкість навіть за дуже незначної величини зовнішнього тиску.

Найбільш ефективним засобом підвищення стійкості циліндричних оболонок є їхнє підкріплення кільцевими замкнутими ребрами жорсткості. Останні, зазвичай, ставляться рівних відстанях друг від друга. У цьому зв'язку розглянемо роботу на вигин замкнутої кругової циліндричної рівномірно завантаженої оболонки, підкріпленої між поперечними діафрагмами рівновіддаленими однаковими кільцевими ребрами площі  $A$  (рис. 4).

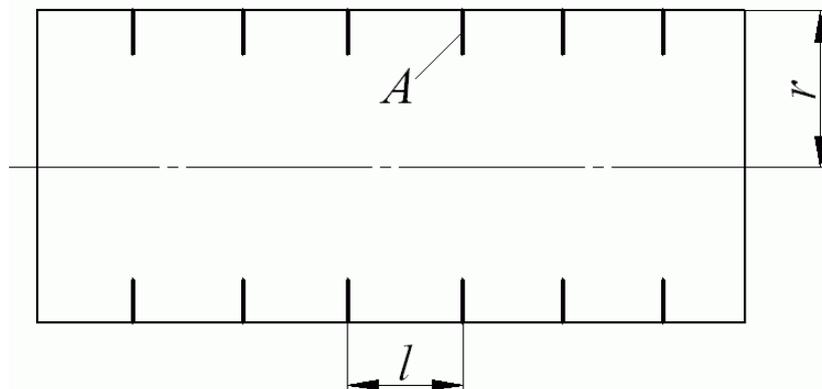


Рис. 4. Схема кругової циліндричної оболонки, підкріпленої однаковими рівновіддаленими кільцевими ребрами

Нехтуючи впливом жорсткості торцевих діафрагм на роботу в середній частині оболонки, можна вважати, що радіальні обтискання оболонки на деякій відстані від діафрагм будуть симетричні щодо площини ребер, що підкріплюють її. Через це можна обмежитися розглядом вигину оболонки лише в межах одного прольоту.

Якщо помістити початок координат посередині між ребрами (рис. 5), то через симетрію вигину оболонки щодо обраного початку координат у виразі (12) слід зберегти лише парні члени, тобто покласти  $C_2 = C_3 = 0$ .

Вираз (12) при цьому набуде вигляду

$$w(x) = \frac{pr^2}{Eh} \left(1 - \frac{\mu}{2}\right) + C_1 ch\delta x \cos \gamma x + C_4 sh\delta x \sin \gamma x. \quad (15)$$

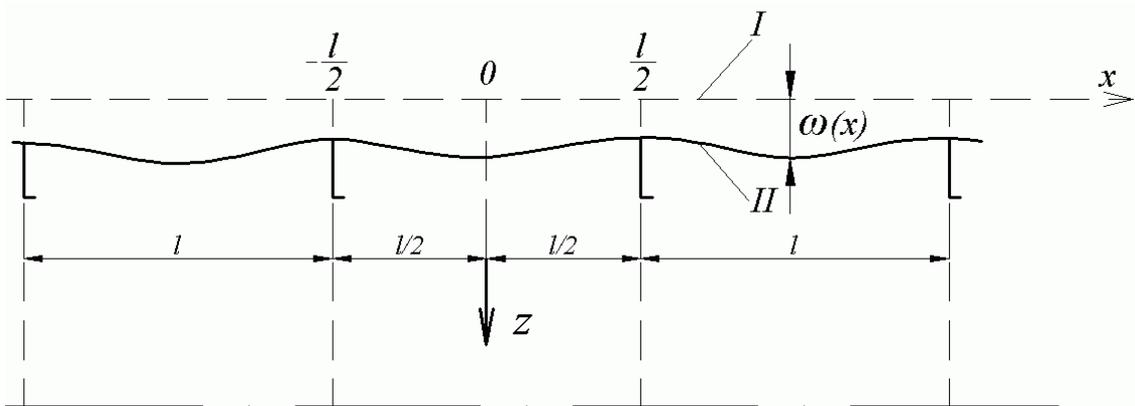


Рис. 5. До складання граничних умов кругової циліндричної оболонки, підкріпленої ребрами

З огляду на симетрії пружної поверхні оболонки щодо площини кожного з ребер, що підкріплюють її, кути повороту оболонки на ребрах дорівнюватимуть нулю, тобто. при  $x = \pm l / 2$

$$\frac{dw}{dx} = 0. \quad (16)$$

Другу граничну умову отримаємо, якщо розглянемо взаємодію оболонки і ребра, що її підкріплює.

При дії на оболонку тиску  $p$  ребро піддається з боку оболонки впливу деякого рівномірно розподіленого навантаження погонної інтенсивністю  $p_1$ . Погонне навантаження  $p_1$  врівноважується подвоєною величиною поперечної сили в опорному перерізі балки-смужки одиничної ширини, тобто

$$p_1 = 2D \frac{d^3 w}{dx^3} \Big|_{x=l/2}. \quad (17)$$

Величина напруження  $\sigma_p$ , що діє в поперечному перерізі ребра, може бути визначена, з одного боку, з очевидної рівності

$$\sigma_p = -\frac{p_1 r}{A}, \quad (18)$$

з іншого боку, за формулою

$$\sigma_p = -\frac{w\left(x = \frac{l}{2}\right)}{r} E. \quad (19)$$

Зі зіставлення (18) і (19), отримаємо

$$p_1 = -\frac{w\left(x = \frac{l}{2}\right)}{r^2} EA. \quad (20)$$

Виключаючи  $p_1$  за допомогою (20) з (17), отримаємо другу недостатню граничну умову для визначення постійних інтегрування у виразі (15):

$$w \Big|_{x=\frac{l}{2}} = \frac{2Dr^2}{EA} \frac{d^3w}{dx^3}. \quad (21)$$

Підставляючи вираз  $w(x)$  із (15) у граничні умови (16) і (21), отримаємо два рівняння, спільне вирішення яких дозволить визначити невідомі  $C_1$  та  $C_4$ :

$$\begin{cases} C_1 = -\frac{2pr^2}{Eh} \left(1 - \frac{\mu}{2}\right) \frac{u_1 chu_1 \sin u_2 + u_2 shu_1 \cos u_2}{u_2 sh2u_1 + u_1 \sin 2u_2} \varepsilon_1; \\ C_4 = -\frac{2pr^2}{Eh} \left(1 - \frac{\mu}{2}\right) \frac{u_2 chu_1 \sin u_2 - u_1 shu_1 \cos u_2}{u_2 sh2u_1 + u_1 \sin 2u_2} \varepsilon_1, \end{cases} \quad (22)$$

де

$$\begin{aligned} \varepsilon_1 &= \frac{1}{1 + \frac{lh}{A} A_1(u_1, u_2)}; \quad A_1(u_1, u_2) = \sqrt{1 - \beta^2} \frac{ch2u_1 - \cos 2u_2}{u_2 sh2u_1 + u_1 \sin 2u_2}; \\ u_1 &= \frac{\delta l}{2} = u \sqrt{1 + \beta}; \quad u_2 = \frac{\gamma l}{2} = u \sqrt{1 - \beta}; \quad u = 0,6425 \frac{l}{\sqrt{rh}}. \end{aligned} \quad (23)$$

Маючи остаточний вираз для  $w(x)$ , можна визначити всі елементи вигину балки-смушки, а, отже, і елементи вигину аналізованої оболонки.

Викладене рішення задачі враховує вплив поздовжніх зусиль на згин оболонки [другий член у лівій частині диференціального рівняння (6)]. Однак, як показують числові розрахунки, цим впливом у більшості випадків можна знехтувати. Тоді замість (11) слід було б розглянути рівняння виду

$$EIw^{IV} + kw = q. \quad (24)$$

Як видно з диференціального рівняння (24) і граничних умов (16) і (21), наближене рішення зводиться до вирішення задачі про вигин однопрогонової балки, що лежить на пружній основі, навантаженої рівномірно розподіленим навантаженням і жорстко заробленої по кінцях на пружних опорах з коефіцієнтом податливості  $k_{II}$ , рівним

$$k_{II} = \frac{2r^2}{EA}. \quad (25)$$

Остаточні формули для визначення характерних елементів вигину балки-смушки, а отже, і оболонки в цілому, записуються в наступному вигляді:

прогин оболонки в перерізі посередині між ребрами

$$w(0) = \frac{pr^2}{Eh} \left(1 - \frac{\mu}{2}\right) \left[1 - \frac{\phi_1(u)}{1 + B_1}\right]; \quad (26)$$

згинальний момент у поперечному перерізі посередині прольоту

$$M_1(0) = -\frac{pl^2}{24} \left(1 - \frac{\mu}{2}\right) \frac{\chi_1(u)}{1 + B_1}; \quad (27)$$

згинальний момент в опорних перерізах

$$M_1\left(\frac{l}{2}\right) = \frac{pl^2}{12} \left(1 - \frac{\mu}{2}\right) \frac{\chi_2(u)}{1 + B_1}; \quad (28)$$

прогин оболонки в середньому перерізі

$$w\left(\frac{l}{2}\right) = \frac{pr^2}{Eh} \left(1 - \frac{\mu}{2}\right) \frac{B_1}{1 + B_1}. \quad (29)$$

Тут

$$B_1 = \frac{lh}{E} \mu_1(u),$$

а  $\phi_1(u)$ ,  $\chi_1(u)$ ,  $\chi_2(u)$  и  $\mu_1(u)$  — табульовані функції.

### Висновки

Елементи круглої або кільцевої форми перерізу використовуються в багатьох інженерних спорудах. граничних елементів. Конструктивні рішення таких елементів та діючі експлуатаційні навантаження дуже різноманітні, що зумовлює різноманітність методів їх розрахунку та зумовлює необхідність удосконалення існуючих та розробку принципово нових методів розрахунку. Одним із таких методів є чисельно-аналітичний метод граничних елементів.

З погляду будівельної механіки опускний колодязь є замкнутою кругову циліндричну оболонку постійної товщини, навантажену по всій поверхні рівномірним нормальним тиском.

У роботі показано аналогію розрахункової схеми циліндричного колодязя зі схемою вигину призматичної балки, що лежить на суцільній пружній основі. на суцільній пружній основі, був здобутий цим методом раніше.

### Список літератури

1. ДСТУ Б В. 2.6-106:2010 Конструкції бетонні і залізобетонні для колодязів каналізаційних, водопровідних і газопровідних мереж. К.: Мінрегіонбуд України. 2011. 24 с.
2. ГОСТ 8020-2016 Конструкции бетонные и железобетонные для колодцев канализационных, водопроводных и газопроводных сетей. Технические условия. Москва. Стандартиформ. 2017. 24 с.
3. EN 1992-1-4: Eurocode 2: Design of concrete structures. {in English}
4. Dick, C.P., & Korkolis, Y.P. (2014). Mechanics and full-field deformation study of the Ring Hoop Tension Test. *International Journal of Solids and Structures*, 51(18), 3042–3057. doi:10.1016/j.ijsolstr.2014.04.023.
5. Szymczak-Graczyk, Anna. (2023). Selected aspects of the design and construction of reinforced concrete sunk wells. *ACTA SCIENTIARUM POLONORUM - Architectura Budownictwo*. 21. 10.22630/ASPA.2022.21.3.21.

6. Давиденко М.О. Розрахунок міцності фібробетонних елементів кільцевого перерізу нормального до поздовжньої осі за деформаційним методом / М.О. Давиденко // Науковий вісник Національного університету біоресурсів і природокористування України. Серія : Техніка та енергетика АПК. 2014. Вип. 196(3). С. 105-108.
7. Андрійчук О.В. Робота і розрахунок елементів кільцевого перерізу зі сталеві фібробетону при повторних навантаженнях : автореф. дис. на здобуття наук. ступеня канд. техн. наук: спец. 05.23.01 „Будівельні конструкції, будівлі та споруди” / О. В. Андрійчук. Львів, 2008. 20 с.
8. Андрійчук О.В. Сталеві фібробетонні безнапірні труби: монографія / О.В. Андрійчук, Є.М. Бабич. Луцьк: РВВ Луцького НТУ, 2012. 150 с.
9. Бабич Є.М. Вплив повторних навантажень на роботу сталеві фібробетонних елементів кільцевого перерізу / Є.М. Бабич, О.В. Андрійчук // Ресурсоекономні матеріали, конструкції, будівлі та споруди: збірник наукових праць. Рівне: НУВГП, 2010. Випуск 20. С. 125–132
10. Бабич Є.М. Робота і розрахунок згинальних сталеві фібробетонних елементів: монографія / Є.М. Бабич, С.Я. Дробишинець. Луцьк: ЛНТУ, 2012. 194 с.
11. Власов В.З. Общая теория оболочек и её приложения в технике [Текст] / В.З. Власов. М.-Л.: Гостехтеориздат, 1949. 784 с.
12. Кан С.Н., Каплан Ю.І., Розрахунок циліндричних оболонок покриттів будівель. Рік: 1973р. К.: Видавництво: Вища школа. 244 с.
13. Tanaka, Masafumi & Mashita, Kazuhiko. (2010). Retrofitted strength of concrete cylindrical shells reinforced with single layer under concentrated load. *Journal of Structural and Construction Engineering (Transactions of AIJ)*. 75. 1681-1689. 10.3130/aijs.75.1681.
14. Karpov, Vladimir & Semenov, Alexey. (2013). Mathematical model of deformation of orthotropic reinforced shells of revolution. *Magazine of Civil Engineering*. 40. 100-106. 10.5862/MCE.40.11.
15. Shen Li, Do Kyun Kim, Qing Quan Liang. Fibre-Based modelling for predicting the progressive collapse of cylindrical shells under combined axial compression and bending moment, *Engineering Structures*, Volume 272, 2022, 114988, doi.org/10.1016/j.engstruct.2022.114988.
16. Rong Li, Meng Yang, Bin Liang. A new and convenient method for strength evaluation of cracked cylindrical shell based on the ratio of crack tip stresses. *Structures*, Volume 52, 2023, Pages 146-157, ISSN 2352-0124, <https://doi.org/10.1016/j.istruc.2023.03.130>.

Doctor of Science, Professor **Mykola Surianinov**,  
PhD **Daria Kirichenko**, **Viacheslav Surianinov**,  
Odesa State Academy of Civil Engineering and Architecture

## ANALOGY OF THE CALCULATION SCHEME OF A CYLINDRICAL WELL WITH THE BENDING SCHEME OF A PRISMATIC BEAM LYING ON A SOLID ELASTIC BASE

Elements of circular or annular cross-section are used in many engineering structures. The design solutions of such elements and the operating operational loads are very diverse, which determines the diversity of methods for their calculation and the need to improve existing ones and develop fundamentally new calculation methods. One of such methods is the numerical-analytical method of boundary elements.

A special place in a number of structures of circular cross-section is occupied by cylindrical wells. The design and calculation of wells is regulated by relevant regulatory documents. From the point of view of structural mechanics, such a well is a closed circular cylindrical shell of constant thickness, loaded over the entire surface with uniform normal pressure. The main analytical methods for analyzing their operation were developed in the last century. These are moment-free and moment theory of shells, semi-moment theory. An analysis of the literature shows that very little attention is paid to the development of new methods for calculating reinforced concrete and steel-fiber concrete cylindrical shells, therefore this direction is quite relevant. The paper shows the analogy of the design scheme of a cylindrical well with the scheme of bending of a prismatic beam lying on a solid elastic base. This analogy opens up the possibility of further application of the numerical-analytical method of boundary elements to the design of a well, since the solution of the problem of bending of a prismatic beam lying on a solid elastic base was obtained by this method earlier.

The work on bending of a closed circular cylindrical uniformly loaded shell, supported between transverse diaphragms equidistant by identical annular ribs of the same cross-sectional area, is considered.

Keywords: reinforced concrete; well; cylindrical shell; elastic foundation; boundary element method.

## REFERENCES

1. DSTU B V. 2.6-106:2010 Concrete and reinforced concrete structures for manholes of sewer, water and gas networks. Kyiv. Ministry of Regional Development of Ukraine. 2011. 24 p. {in Ukrainian}
2. GOST 8020-2016 Concrete and reinforced concrete structures for wells of sewage, water and gas networks. Moscow. Standartinform. 2017. 24 p. {in Russian}
3. EN 1992-1-4: Eurocode 2: Design of concrete structures. {in English}
4. Dick, C.P., & Korkolis, Y.P. (2014). Mechanics and full-field deformation study of the Ring Hoop Tension Test. *International Journal of Solids and Structures*, 51(18), 3042–3057. doi:10.1016/j.ijsolstr.2014.04.023. {in English}
5. Szymczak-Graczyk, Anna. (2023). Selected aspects of the design and construction of reinforced concrete sunk wells. *ACTA SCIENTIARUM POLONORUM - Architectura Budownictwo*. 21. 10.22630/ASPA.2022.21.3.21. {in English}

6. Davydenko M.O. Calculation of the strength of fiber-reinforced concrete elements of a circular section normal to the longitudinal axis using the deformation method / M.O. Davydenko // Scientific Bulletin of the National University of Life Resources and Environmental Management of Ukraine. Series: Technology and Energy of the Agricultural Complex. 2014. Issue 196(3). P. 105-108. {in Ukrainian}
7. Andriychuk O.V. Work and calculation of elements of a circular section of steel-fiber concrete under repeated loads: author's abstract of dissertation for the degree of candidate of technical sciences: speciality 05.23.01 "Building structures, buildings and structures" / O.V. Andriychuk. Lviv, 2008. 20 p. {in Ukrainian}
8. Andriychuk O.V. Steel-fiber concrete pressureless pipes: monograph / O.V. Andriychuk, E.M. Babych. Lutsk: RVV Lutsk NTU, 2012. 150 p. {in Ukrainian}
9. Babych E.M. The influence of repeated loads on the work of steel-fiber concrete elements of circular section / E.M. Babych, O.V. Andriychuk // Resource-saving materials, structures, buildings and structures: collection of scientific works. Rivne: NUVGP, 2010. Issue 20. P. 125–132. {in Ukrainian}
10. Babich E.M. Work and calculation of bending steel-fiber concrete elements: monograph / E.M. Babich, S.Ya. Drobyshynets. Lutsk: LNTU, 2012. 194 p. {in Ukrainian}
11. Vlasov V. WITH. The general theory of shells and its applications in technology [Text] / V. WITH. Vlasov. M.L.: Gostekheorizdat, 1949. 784 p. {in Russian}
12. Kan S.N., Kaplan Y.I., Calculation of cylindrical shells of building coverings. Year: 1973. K.: Publisher: Higher School. 244 p. {in Ukrainian}
13. Tanaka, Masafumi & Mashita, Kazuhiko. (2010). Retrofitted strength of concrete cylindrical shells reinforced with single layer under concentrated load. Journal of Structural and Construction Engineering (Transactions of AIJ). 75. 1681-1689. 10.3130/aijs.75.1681. {in English}
14. Karpov, Vladimir & Semenov, Alexey. (2013). Mathematical model of deformation of orthotropic reinforced shells of revolution. Magazine of Civil Engineering. 40. 100-106. 10.5862/MCE.40.11. {in English}
15. Shen Li, Do Kyun Kim, Qing Quan Liang. Fibre-Based modelling for predicting the progressive collapse of cylindrical shells under combined axial compression and bending moment, Engineering Structures, Volume 272, 2022, 114988, ISSN 0141-0296, doi.org/10.1016/j.engstruct.2022.114988. {in English}
16. Rong Li, Meng Yang, Bin Liang. A new and convenient method for strength evaluation of cracked cylindrical shell based on the ratio of crack tip stresses. Structures, Volume 52, 2023, Pages 146-157, ISSN 2352-0124, https://doi.org/10.1016/j.istruc.2023.03.130. {in English}