DOI: 10.32347/2786-7269.2024.9.175-189
УДК 621.01
к.т.н., доцент **Задорожний А.О.**,
zsnj1971@ukr.net, ORCID: 0000-0002-1031-0585,
НУ "Харківський політехнічний інститут",
к.т.н., доцент **Човнюк Ю.В.**,
ychovnyuk@ukr.net, ORCID: 0000-0002-0608-0203,
доцент **Чередніченко П.П.**,
petro_che@ukr.net, ORCID: 0000-0001-7161-661X,
к.т.н., доцент **Остапущенко О.П.,**
olga_ost_17@ukr.net, ORCID: 0000-0001-8114-349X,
Кравченко І.М., kim-ua@i.ua, ORCID: 0000-0001-7077-1546,
Київський Національний університет будівництва і архітектури

АНАЛІЗ ТА СИНТЕЗ ОПТИМАЛЬНИХ РЕЖИМІВ РУХУ ВАНТАЖОПІДЙОМНИХ МЕХАНІЗМІВ ГУСЕНИЧНИХ МАШИН. Частина ІІ. ЕНЕРГООЩАДНІ РЕЖИМИ ПУСКУ МЕХАНІЗМУ ПІДЙОМУ ЗА РІЗНИМИ КРИТЕРІЯМИ

(Продовження. Частина І опублікована в попередньому випуску)

Проведено всебічний аналіз оптимальних режимів пуску вантажопідйомних механізмів гусеничних машин, на основі якого синтезовані енергоощадні режими пуску механізмів підйому за різних енерго-силових критеріїв. Наведені нові, розроблені авторами, прямі варіаційні методи, використання котрих у інженерних розрахунках дозволяє здійснювати оптимізацію режимів руху механічної системи, представленої двомасовою динамічною моделлю, із застосуванням критеріїв енерго-силового вигляду, які подані у формі інтегральних функціоналів.

Розроблені рекомендації щодо вибору критеріїв та термінальних (початкових та кінцевих) умов пуску механізму підйому вантажу, які здатні забезпечити оптимальні (енергоощадні) режими руху вантажопідйомних механізмів гусеничних машин з бажаними (наперед заданими) властивостями. Саме такий підхід дозволяє реалізувати не тільки енергоощадний (у сенсі мінімізації), але й плавний режим пуску, який, без суттєвих коливань канатної системи з вантажем, переводить механізм підйому у стан, в якому вантаж після закінчення стадії пуску рухається рівномірно і прямолінійно. Задля аналізу та синтезу вказаних вище оптимальних режимів руху вантажопідйомних механізмів гусеничних машин використані методи: 1) сплайн-функцій по часу, 2) класичного варіаційного числення; 3) фізико-механічного та математичного моделювання; 4)диференціального та інтегрального числення.

Ключові слова: аналіз; синтез; оптимізація; режими руху; пуск; вантажопідйомні механізми; гусеничні машини; енерго-силові та енергоощадні критерії якості руху; сплайн-функції.

Постановка проблеми. Підвищення продуктивності та надійності, а також зменшення енергетичних втрат механічних систем – це один з основних стратегічних напрямків підвищення ефективності виробничих процесів. На продуктивність та надійність механічних систем суттєвий вплив мають динамічні навантаження, які виникають у цих системах під час руху. Вибір режимів руху механічних систем, які до мінімуму зводять динамічні навантаження, можливий лише при використанні методів теорії оптимального керування рухом при наявності узагальнених динамічних критеріїв. Цілеспрямований вибір режимів руху та режимних параметрів дозволяє до мінімуму звести динамічні навантаження, а також знизити енергетичні витрати та використати приводний механізм найменшої потужності.

Для оптимізації режимів руху та режимних параметрів необхідна кількісна оцінка перехідних процесів (пуск, гальмування, реверсування тощо) і усталеного режиму руху за весь цикл руху механічної системи у вигляді одного критерію чи системи критеріїв. В такому разі доцільно використати локальні і інтегральні динамічні та енергетичні критерії, отримані на основі функціоналу дії та варіаційних принципів механіки. Ці критерії відображають небажані властивості (витрати енергії, дію динамічних навантажень, коливання ланок тощо), якими характеризується динамічна система під час руху, тому підлягають мінімізації. Інтегральні функціонали (критерії) залежать від різних функцій та параметрів режимів руху. Відповідний вибір цих залежностей і параметрів дозволяє мінімізувати функціонали і поліпшити ті чи інші властивості механічної системи.

Мінімізація функціоналів пов’язана з розв’язанням варіаційної задачі динаміки руху механічної системи. Математичний розв’язок цієї задачі зводиться до крайової задачі, яка, у загальному випадку, визначається системою нелінійних диференціальних рівнянь Ейлера-Пуассона, рівняннями руху та термінальними (початковими і кінцевими) умовами руху механічної системи. У деяких часткових випадках можна отримати аналітичний розв’язок цієї задачі, однак для розв’язку більшості практичних задач необхідно використовувати чисельні методи. Складність чисельного розв’язку крайової задачі полягає у тому, що термінальні умови, які необхідні для початку процесу інтегрування, не завжди задані, відомі лише відповідні крайові умови на різних кінцях (етапах/стадіях) руху. Чисельне інтегрування є доволі складною задачею, оскільки, довільно задаючи початкові умови, дивимось, як задовольняються відомі умови на іншому кінці. Не дивлячись на значні можливості комп'ютерної техніки, розв'язок крайових задач чисельними методами займає значну частину часу, оскільки важко встановити пряму залежність між змінними початковими умовами та кінцевими похибками в отриманому розв'язку на іншому кінці.

Повний цикл руху машини або механізму можна розділити на три основні стадії: стадію пуску (розгону), стадію усталеного руху, стадію зупинки (вибігу), кожна з яких характеризується тривалістю у часі, законами руху ланок під дією системи силових факторів, котрі спричинили цей рух. Якщо вважати, що тривалості розглянутих стадій задані (чи можуть бути визначені з певних фізичних міркувань), а потрібно визначити на цих стадіях режими руху, які мінімізують інтегральні функціонали або певні критерії якості руху механізму підйому вантажу гусеничної машини.

Стадія пуску характеризується зростанням швидкості руху ланки, наприклад, приводу, від нульового значення до певної величини під дією сукупності силових факторів. Тут можна використати різні режими руху, які мінімізують питомі (на одиницю приведеної маси системи) інерційні навантаження, швидкість їх зміни у часі (різкість) та прискорення їх зміни у часі (друга похідна по часу від питомого інерційного навантаження), потужність приводу, навантаження коливного характеру (які зазвичай виникають у канатній системі механізму підйому вантажу), питому енергію руху системи «вантаж−канат−привод» тощо.

Аналіз публікацій по темі дослідження. Для усунення недоліків чисельних розрахунків для наведених вище задач варіаційного числення автори [1-13] зазвичай використовують прямі варіаційні методи, серед яких можна виділити такі: кінцево-різницевий метод Ейлера, метод Рітца, метод Канторовича, метод варіацій у фазовому просторі, запропонований М.М.Моісеєвим, метод локальних варіацій, розроблений Ф.Л.Черноусько та М.В.Баничуком, а також методи кінцевих елементів, проекції градієнта, послідовної лінеаризації та інші. Всі вказані вище методи не завжди можуть бути використані для оптимізації режимів руху механічних систем, виходячи з умов складності, точності, громіздкості, тривалості розв'язку тощо. Тому виникла необхідність у розробці прямого варіаційного методу розв'язку задач оптимізації режимів руху механічних систем (зокрема, механізмів підйому вантажу гусеничних машин).

Слід зазначити, що запропонований у роботі [13] новий прямий варіаційний метод, який, на думку його авторів, є досить простим у розрахунках і здатним (як стверджують його автори) забезпечити необхідну точність для інженерних розрахунків режимів руху різноманітних механічних систем, має низку суттєвих недоліків. Виходячи з сутності цього методу, яка полягає у тому, що для заданого функціоналу розшукується екстремаль (функція, яка забезпечує його екстремальне значення), котра є розв'язком простого лінійного диференціального рівняння для узагальненої координати руху (x) $\left(2k+p+r\right)$-го порядку $x^{(2k+p+r)}=0$ (при такій же кількості крайових умов: $2k$ (вони визначаються найвищим порядком k-ої похідної по часу для функції підінтегрального виразу функціоналу); p додаткових крайових умов, які ставляться для покращення динаміки руху механічної системи; r умов у середині інтервалу руху, які визначають точність розв'язку варіаційної задачі, − втрачається фізичний зміст низки вказаних крайових умов, бо немає причини, що викликала цей рух (сили, рівнодіючої сили), тобто силового фактору. Констатація у крайових умовах того, що оптимізація руху механічної системи здійснена зі стану нерухомості (нульові початкові умови) у стан усталеного руху з постійною величиною швидкості цього руху (яку система може набути, згідно з першим законом Ньютона, тільки після того, як будуть врівноважені або відсутні зовсім сили, що спричинили цей рух), − означає втрату причинно-наслідкового впливу, який призвів до наступного усталеного руху системи). На думку авторів даного дослідження, при оптимізації режимів пуску механізмів підйому вантажу гусеничних машин обов'язково повинен бути присутнім у всіх характеристиках, параметрах цього руху силовий фактор.

Саме ці недоліки методу, запропонованого у роботі [13], усунені у даному дослідженні, яке базується на інших підходах до розв'язку подібних варіаційних задач.

Мета роботи полягає у обгрунтуванні нового прямого варіаційного методу, заснованого на визначенні параметрів сплайн-функцій по часу (t), який дозволяє оптимізувати процес пуску механізму підйому вантажу гусеничних машин. Такий аналітичний підхід суттєво спрощує усі необхідні інженерні розрахунки, є доволі простим і точним, й до того ж враховує вплив у механічний системі, яка розглядається, силового фактору (або сукупності сил, рівнодіючої сили тощо), що призвів до виникнення цього руху.

Виклад основного змісту дослідження.

Визначимо оптимальні режими пуску механізму підйому вантажопідйомних гусеничних машин за різними критеріями.

1. Силовий режим (стале пришвидшення). За критерій оптимізації використаємо функціонал, у якого підінтегральна функція є квадратом питомої (на одиницю маси) сили інерції, яка діє на вантаж:

$$\left(\tilde{F}_1\right)^2=\left(\frac{F_1}{m}\right)^2=\left(\frac{m\dot{v}}{m}\right)^2,\ \left(\tilde{F}_1\right)^2=\left(\dot{v}\right)^2, \tag{1}$$

де: m - маса вантажу; v - швидкість, $\dot{v}$ - пришвидшення вантажу, тобто критерій якості руху набуває у цьому випадку наступного вигляду:

$$I_1 = \left\{ \frac{1}{\tau_п} \cdot \int_0^{\tau_n} (\dot{v})^2 \, dt \right\}^{1/2} \Rightarrow \min, \tag{2}$$

де: τ_n - тривалість процесу пуску, t - час.

Необхідною умовою реалізації критерію I_1 (2) є рівняння Ейлера-Пуассона:

$$\ddot{v} = 0, \tag{3}$$

яке для узагальненої координати руху вантажу X набуває вигляду:

$$\dddot{x} = 0, \tag{4}$$

а термінальні умови у цьому випадку наступні:

$$x\big|_{t=0} = \dot{x}\big|_{t=0} = 0; \ \ddot{x}\big|_{t=0} = a; \ \dddot{x}\big|_{t=\tau_n} = 0, \ \dot{x}\big|_{t=\tau_n} = V_c, \tag{5}$$

де: a - прискорення (постійна величина), з якою рухається вантаж, V_c - усталена швидкість руху вантажу для $t \geq \tau_n$.

Розшукуємо розв'язок (4) у формі сплайн-функції по t другого порядку:

$$x(t) = b_0 + b_1 t^1 + b_2 t^2, \tag{6}$$

тоді для коефіцієнтів $b_{0,1,2}$ з урахуванням умов (5) маємо:

$$b_0 = 0; \ b_1 = 0; \ b_2 = \frac{a}{2}; \ a = const. \tag{7}$$

Отже, маємо наступні співвідношення для характеристик руху вантажу:

$$x(t) = \frac{at^2}{2}; \ \dot{x}(t) = v(t) = at; \ \dot{x}\big|_{t=\tau_n} = V_c \Leftrightarrow a\tau_n = V_c \Leftrightarrow a = \frac{V_c}{\tau_n}. \tag{8}$$

2. Динамічний режим (за пришвидшеннями першого порядку).

Синтез оптимального динамічного режиму руху здійснюється шляхом мінімізації критерію:

$$I_2 = \left\{ \frac{1}{\tau_п} \cdot \int_0^{\tau_n} \left(\ddot{x}(t)\right)^2 dt \right\}^{1/2} \Rightarrow \min. \tag{9}$$

По суті, під знаком інтегралу у (9) стоїть питома (на одиницю маси вантажу) сила енергії, яка подана через прискорення $\ddot{x}$ вантажу.

Необхідною умовою реалізації критерію I_2 (9) є рівняння Ейлера-Пуассона:

$$x^{(IV)}(t) = 0. \tag{10}$$

Термінальні умови у цьому випадку наступні:

$$x\big|_{t=0} = \dot{x}\big|_{t=0} = 0; \ \ddot{x}\big|_{t=0} = \frac{F_{рівн.}(0)}{m}; \ \ddot{x}\big|_{t=\tau_n} = 0. \tag{11}$$

Розшукуємо розв'язок (10) у формі сплайна по t третього порядку:

$$x(t) = d_0 + d_1 t + d_2 t^2 + d_3 t^3, \tag{12}$$

де константи $d_{0,1,2,3}$ можна знайти з умов (11):

$$d_0 = d_1 = 0;\ d_2 = \frac{F_{\text{рівн.}}(0)}{2m};\ d_3 = -\frac{F_{\text{рівн.}}(0)}{6m\tau_n}, \tag{13}$$

при цьому $F_{\text{рівн.}}(0)$ у (11), (13) − це рівнодіюча сил, прикладених у момент часу $t = 0$ (початок руху) до вантажу. Такі сили визначаються з фізико-механічної моделі задачі, що описує рух вантажу у складі вантажопідйомного механізму гусеничної машини.

Отже, маємо наступні співвідношення для характеристик руху вантажу у цьому випадку:

$$x(t) = \frac{F_{\text{рівн.}}(0)}{2m}\cdot t^2 - \frac{F_{\text{рівн.}}(0)}{6m\tau_n}\cdot t^3; \tag{14}$$

$$\dot{x}(t) = \frac{F_{\text{рівн.}}(0)}{m}\cdot t - \frac{F_{\text{рівн.}}(0)}{2m\tau_n}\cdot t^2; \tag{15}$$

$$\ddot{x}(t) = \tilde{a}(t) = \frac{F_{\text{рівн.}}(0)}{m} - \frac{F_{\text{рівн.}}(0)}{m\tau_n}\cdot t = \frac{F_{\text{рівн.}}(0)}{m}\cdot\left\{1 - \frac{t}{\tau_n}\right\}. \tag{16}$$

Виходячи з того, що $\dot{x}(t)\big|_{t=\tau_n} = V_c$, використовуючи (15), знаходимо:

$$V_c = \frac{F_{\text{рівн.}}(0)}{2m}\cdot\tau_n. \tag{17}$$

Залежність $\tilde{a}(t)$ для цього режиму пуску зображена на рис.1.

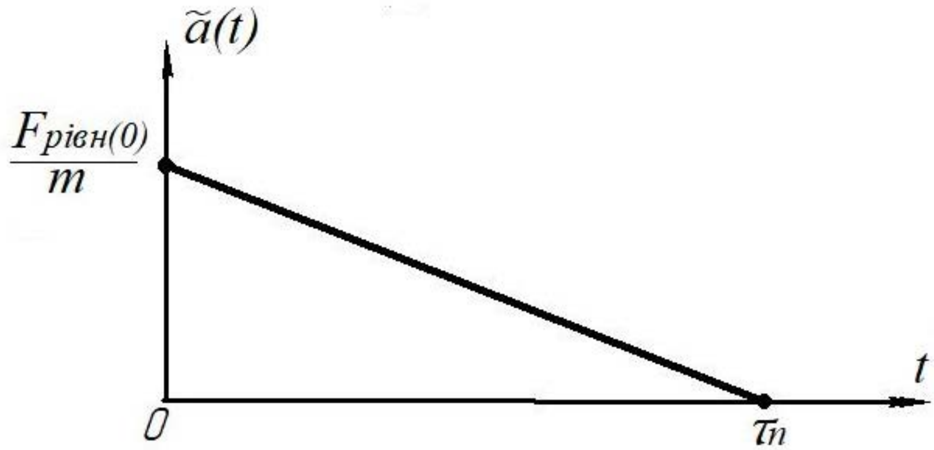

Рис.1. Залежність $\tilde{a}(t)$ (16).

Цей режим мінімізує потужність приводу, однак він дає максимальне значення пришвидшення і миттєве його зростання на початку руху, що не дозволяє використати отриманий режим, як, до речі, й оптимальний силовий ($a = const$), в механізмах, яким потрібен досить плавний пуск.

3. Ривковий режим (за пришвидшеннями другого порядку (різкістю)).

Оптимальний ривковий режим пуску механізму підйому вантажу гусеничної машини отримаємо шляхом мінімізації питомої (на одиницю маси вантажу) різкості (за період пуску) сили інерції:

$$I_3 = \left\{ \frac{1}{\tau_п} \cdot \int_0^{\tau_n} \left(\dddot{x} \right)^2 dt \right\}^{1/2} \Rightarrow \min \cdot \tag{18}$$

Необхідною умовою реалізації критерію I_3 (18) є наступне рівняння Ейлера-Пуассона:

$$x^{(VI)}(t) = 0. \tag{19}$$

Розшукуємо розв'язок (19) у класі сплайн-функцій по часу t п'ятого порядку:

$$x(t) = e_0 + e_1 t + e_2 t^2 + e_3 t^3 + e_4 t^4 + e_5 t^5 , \tag{20}$$

де: коефіцієнти $e_{0,1,2,3,4,5}$ можна визначити із наступних термінальних умов, а саме:

$$x\big|_{t=0} = \dot{x}\big|_{t=0} = 0;\ \ddot{x}\big|_{t=0} = \frac{F_{рез.}(0)}{m};\ \dot{x}\big|_{t=\tau_n} = V_c;\ \ddot{x}\big|_{t=\tau_n} = 0;\ \dddot{x}\big|_{t=\tau_n} = 0 . \tag{21}$$

Матимемо наступні значення вказаних коефіцієнтів:

$$e_0 = e_1 = 0;\ e_2 = \frac{F_{рез.}(0)}{2m}; \tag{22}$$

а решта коефіцієнтів e_i, $i = \overline{(3,5)}$, можуть бути знайдені за правилом Крамера з наступної системи лінійних неоднорідних рівнянь:

$$\begin{cases} 3e_3\tau_n^2 + 4e_4\tau_n^3 + 5e_5\tau_n^4 = -\dfrac{F_{рез.}(0)}{m} \cdot \tau_n + V_c; \\ 6e_3\tau_n + 12e_4\tau_n^2 + 20e_5\tau_n^3 = -\dfrac{F_{рез.}(0)}{m}; \\ 6e_3 + 24e_4\tau_n + 60e_5\tau_n^2 = 0. \end{cases} \tag{23}$$

Отриманий ривковий режим (за пришвидшеннями другого порядку (різкістю)) забезпечує плавну зміну пришвидшення вантажу на всій ділянці пуску, що дає можливість використати його при пуску без значних коливань вантажу. Однак при оптимальному ривковому (за питомою різкістю сили інерції) режимі на початку пуску миттєво наростає до максимального значення функція, яка описує різкість руху вантажу, що не дає можливості повністю позбутися коливань.

Для величини прискорення $\tilde{a}(t)$ у цьому режимі руху маємо:

$$\ddot{x}(t)=\tilde{a}(t)=2e_2+6e_3t+12e_4t^2+20e_5t^3 . \tag{24}$$

4. Режим пуску (за пришвидшеннями третього порядку (швидкістю зміни у часі питомої різкості сили інерції вантажу)).

Синтез оптимального за пришвидшеннями третього порядку режиму пуску при підйомі вантажу здійснюється за умови реалізації наступного критерію:

$$I_4=\left\{\frac{1}{\tau_п}\cdot\int_0^{\tau_n}\left(x^{(IV)}\right)^2dt\right\}^{1/2}\Rightarrow\min \cdot \tag{25}$$

Рівняння Ейлера-Пуассона у цьому випадку має наступний вигляд:

$$x^{(VIII)}(t)=0 . \tag{26}$$

Розв’язок (26) розшукуємо у класі сплайн-функцій по t сьомого порядку:

$$x(t)=f_0+f_1t+f_2t^2+f_3t^3+f_4t^4+f_5t^5+f_6t^6+f_7t^7 . \tag{27}$$

Константи $f_{0,1,2,3,4,5,6,7}$ можна знайти, використовуючи (27) та наступні термінальні умови:

$$\begin{gathered}x\big|_{t=0}=\dot{x}\big|_{t=0}=0;\ \ddot{x}\big|_{t=0}=\frac{F_{рез.}(0)}{m};\ \dddot{x}\big|_{t=0}=\frac{\dot{F}_{рез.}(0)}{m};\ \dot{x}\big|_{t=\tau_n}=V_c;\\ \ddot{x}\big|_{t=\tau_n}=0;\ \dddot{x}\big|_{t=\tau_n}=0;\ x^{(IV)}\big|_{t=\tau_n}=0.\end{gathered} \tag{28}$$

Тоді для вказаних вище констант, що входять у вираз (27). можна отримати:

$$f_0=f_1=0;\ f_2=\frac{F_{рез.}(0)}{2m};\ f_3=\frac{\dot{F}_{рез.}(0)}{6m}; \tag{29}$$

а для констант $f_j,\ j=\overline{(4,7)}$ можна з (28) отримати систему лінійних алгебраїчних рівнянь, які слід розв’язати за правилом Крамера:

$$\begin{cases}4f_4\tau_n^3+5f_5\tau_n^4+6f_6\tau_n^5+7f_7\tau_n^6=-2f_2\tau_n-3f_3\tau_n^2+V_c;\\ 12f_4\tau_n^2+20f_5\tau_n^3+30f_6\tau_n^4+42f_7\tau_n^5=-2f_2-6f_3\tau_n;\\ 24f_4\tau_n+60f_5\tau_n^2+120f_6\tau_n^3+210f_7\tau_n^4=-6f_3;\\ 24f_4+120f_5\tau_n+360f_6\tau_n^2+840f_7\tau_n^3=0.\end{cases} \tag{30}$$

Прискорення такого режиму руху $\tilde{a}(t)$ набуває вигляду:

$$\tilde{a}(t)=2f_2+6f_3\tau_n+12f_4\tau_n^2+20f_5\tau_n^3+30f_6\tau_n^4+42f_7\tau_n^5 . \tag{31}$$

Цей режим пуску забезпечує плавну зміну пришвидшення і ривка (різкості) вантажу на всій ділянці руху, що призводить до мінімізації коливань вантажу.

5. Режим пуску, виходячи з умов плавності виходу $v(t)$ на усталену швидкість підйому вантажу V_c.

5.1. Задля плавного пуску механізму підйому вантажу гусеничної машини використаємо умову:

$$x^{(IV)}(t)=0;\ t\in[0;\tau_n]. \quad (32)$$

Оскільки $v(t)=\dot{x}(t),\ a(t)=\ddot{x}(t)$, тоді для цього випадку (32) маємо:

$$\dddot{v}(t)=0;\ \ddot{a}(t)=0;\ t\in[0;\tau_n]. \quad (33)$$

Проінтегруємо рівняння, наведені у (33), за наступних термінальних умов:

$$v|_{t=0}=0;\ \dot{v}|_{t=0}=a(0);\ \ddot{v}|_{t=0}=\dot{a}(0);\ a|_{t=0}=a(0);\ \dot{a}|_{t=0}=\dot{a}(0)\ . \quad (34)$$

Обираємо $V(t)$ у класі сплайн-функцій по t другого порядку:

$$v(t)=\alpha_0+\alpha_1 t^1+\alpha_2 t^2, \quad (35)$$

а $a(t)-$ класі сплайн-функцій по t першого порядку:

$$a(t)=\beta_0+\beta_1 t^1. \quad (36)$$

Тоді для коефіцієнтів $\alpha_{0,1,2}$ та $\beta_{0,1}$ із урахуванням (33), (34) маємо:

$$\alpha_0=0;\ \alpha_1=a(0);\ \alpha_2=\dot{\alpha}(0)/2;\ \beta_0=a(0);\ \beta_1=\dot{a}(0). \quad (37)$$

У (37) $a(0), \dot{a}(0)$ − це значення прискорення вантажу у момент часу $t=0$, викликане діючою рушійною силою, що призводить до появи руху вантажу, тобто врахування впливу силового фактору, наявного у механічній системі, а величина $\dot{a}(0)$ характеризує швидкість зміни прискорення вантажу у часі в момент $t=0$.

Отже, остаточно маємо:

$$v(t)=a_0\cdot t^1+\frac{\dot{a}(0)}{2}\cdot t^2;\ a(t)=a(0)+\dot{a}(0)\cdot t. \quad (38)$$

Інтегруючи перше рівняння (38) по t, з урахуванням умови $x(t)|_{t=0}=0$ маємо для $x(t)$:

$$x(t)=\frac{a(0)\cdot t^2}{2}+\frac{\dot{a}(0)\cdot t^3}{6};\ x(t)|_{t=\tau_n}=\frac{a(0)\cdot\tau_n^2}{2}+\frac{\dot{a}(0)\cdot\tau_n^3}{6}=x(\tau_n); \quad (39)$$

$$v(t)|_{t=\tau_n}=V_S\Leftrightarrow a(0)\cdot\tau_n+\frac{\dot{a}(0)}{2}\cdot\tau_n^2=V_S; \quad (40)$$

крім того, виходячи з другого рівняння для $a(t)$ (38) та умови, яка відповідає закінченню стадії пуску ($t\ge\tau_n$):

$$a(t)|_{t=\tau_n}=0, \quad (41)$$

маємо:

$$a(0)+\dot{a}(0)\cdot\tau_n=0\Leftrightarrow\tau_n=-\frac{a(0)}{\dot{a}(0)}. \quad (42)$$

Оскільки $\tau_n > 0$, тоді $\dot{a}(0) < 0$. Використовуючи (42), з (40) маємо:

$$V_S = -\frac{\left[a(0)\right]^2}{2\dot{a}(0)}. \tag{43}$$

Таким чином, параметри τ_n та V_S руху вантажу на стадії пуску повністю визначаються дією (і впливом) наявного силового фактору.

На рис. 2 наведені залежності $x(t)$, $v(t)$, $a(t)$ для даного режиму руху (33).

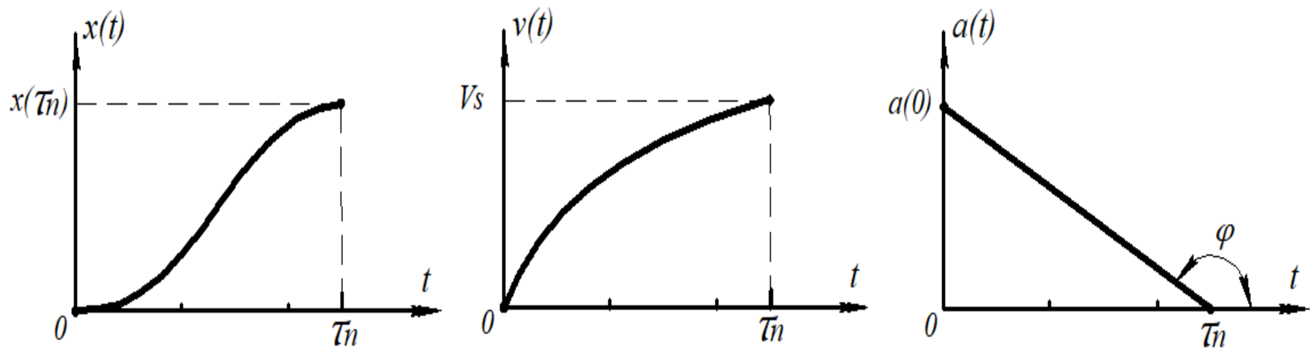

Рис.2. Залежності $x(t)$, $v(t)$, $a(t)$ для режиму пуску (33)

На рис. 2 кут φ визначається співвідношенням:

$$\varphi = arctg\left\{\dot{a}(0)\right\} \equiv arctg\left\{-\frac{a(0)}{\tau_n}\right\}. \tag{44}$$

5.2. Задля плавного пуску механізму підйому вантажу гусеничної машини використаємо умову:

$$x^{(VI)}(t) = 0,\ t \in [0;\tau_n]. \tag{45}$$

Тоді для цього випадку маємо:

$$v^{(V)}(t) = 0;\ a^{(IV)}(t) = 0;\ t \in [0;\tau_n]. \tag{46}$$

Проінтегруємо рівняння, наведені у (46) за наступних термінальних умов:

$$\begin{cases} v\big|_{t=0} = 0;\ \dot{v}\big|_{t=0} = a(0);\ \ddot{v}\big|_{t=0} = \dot{a}(0);\ \dddot{v}\big|_{t=0} = \ddot{a}(0);\ v^{(IV)}\big|_{t=0} = \dddot{a}(0); \\ a\big|_{t=0} = a(0);\ \dot{a}\big|_{t=0} = \dot{a}(0);\ \ddot{a}\big|_{t=0} = \ddot{a}(0);\ \dddot{a}\big|_{t=0} = a^{(III)}(0) = \dddot{a}(0). \end{cases} \tag{47}$$

Обираємо $v(t)$ у класі сплайн-функцій по t четвертого порядку, а для $a(t)$ – у класі сплайн-функцій по t третього порядку, тобто:

$$\begin{cases} v(t) = \gamma_0 + \gamma_1 t + \gamma_2 t^2 + \gamma_3 t^3 + \gamma_4 t^4; \\ \tilde{a}(t) = \delta_0 + \delta_1 t + \delta_2 t^2 + \delta_3 t^3. \end{cases} \tag{48}$$

Тоді з (48) за умов (47) маємо:

$$\begin{cases} v(t) = a(0)\cdot t + \dfrac{\dot{a}(0)}{2}\cdot t^2 + \dfrac{\ddot{a}(0)}{6}\cdot t^3 + \dfrac{\dddot{a}(0)}{24}\cdot t^4; \\ \tilde{a}(t) = a(0) + \dot{a}(0)\cdot t + \dfrac{\ddot{a}(0)}{2}\cdot t^2 + \dfrac{\dddot{a}(0)}{6}\cdot t^3. \end{cases} \tag{49}$$

Інтегруючи перше рівняння по t у (49), з урахуванням початкової умови $X(t)\big|_{t=0} = 0$ маємо для $X(t)$:

$$x(t) = \frac{a(0)}{2}\cdot t^2 + \frac{\dot{a}\cdot(0)}{6}\cdot t^3 + \frac{\ddot{a}(0)}{24}\cdot t^4 + \frac{\dddot{a}(0)}{120}\cdot t^5. \tag{50}$$

Тоді:

$$\begin{cases} x(t)\big|_{t=\tau_n} = \dfrac{a(0)}{2}\cdot \tau_n^2 + \dfrac{\dot{a}(0)}{6}\cdot \tau_n^3 + \dfrac{\ddot{a}(0)}{24}\cdot \tau_n^4 + \dfrac{\dddot{a}(0)}{120}\cdot \tau_n^5 = x(\tau_n); \\ v(t)\big|_{t=\tau_n} = V_S = a(0)\cdot \tau_n + \dfrac{\dot{a}(0)}{2}\cdot \tau_n^2 + \dfrac{\ddot{a}(0)}{6}\cdot \tau_n^3 + \dfrac{a^{(III)}(0)}{24}\cdot \tau_n^4. \end{cases} \tag{51}$$

Крім того, виходячи з другого рівняння для $a(t)$ (49) та умови, яка відповідає закінченню стадії пуску ($t \geq \tau_n$):

$$\tilde{a}(t)\big|_{t=\tau_n} = 0, \tag{52}$$

Маємо рівняння для визначення τ_n:

$$a(0) + \dot{a}(0)\cdot \tau_n + \frac{\ddot{a}(0)}{2}\cdot \tau_n^2 + \frac{\dddot{a}(0)}{6}\cdot \tau_n^3 = 0. \tag{53}$$

Це кубічне рівняння для τ_n можна легко розв'язати, використовуючи класичні формули Кардано. Знаючи τ_n, знаходимо з (51) V_S.

Таким чином, параметри τ_n й V_S руху вантажу на стадії пуску повністю визначаються й у цьому випадку дією (і впливом) наявного силового фактору та його характеристик.

Отриманий у цьому пункті дослідження режим руху забезпечує плавну зміну пришвидшення вантажу на всій ділянці пуску, що дає можливість використати його при пуску без значних коливань вантажу. Однак при оптимальному (ривковому) режимі на початку пуску миттєво наростає до максимального значення функція ривка вантажу, що не дає можливості повністю позбутись коливань.

5.3.Розглянемо режим пуску (за пришвидшеннями), який характеризує пришвидшення третього порядку. Задля синтезу такого оптимального режиму пуску при підйомі вантажу гусеничною машиною слід використати умову:

$$x^{(VIII)}(t)=0,\ t\in[0;\tau_n]. \tag{54}$$

Тоді для цього випадку маємо:

$$v^{(VII)}(t)=0,\ a^{(VI)}(t)=0;\ t\in[0;\tau_n]. \tag{55}$$

Проінтегруємо рівняння, наведені у (54), (55) за наступних термінальних умов (по суті, початкових умов руху системи):

$$\begin{cases} v\big|_{t=0}=0;\ \dot v\big|_{t=0}=a(0);\dot v\big|_{t=0}=\dot a(0);\ \ddot v\big|_{t=0}=\ddot a(0);\ v^{(IV)}\big|_{t=0}=\dddot a(0); \\ v^{(V)}\big|_{t=0}=a^{(IV)}(0);\ v^{(VI)}\big|_{t=0}=a^{(V)}(0);\ x\big|_{t=0}=0;\ \dot x(t)\big|_{t=0}=v(t)\big|_{t=0}=0; \\ a\big|_{t=0}=a(0);\dot a\big|_{t=0}=\dot a(0);\ddot a\big|_{t=0}=\ddot a(0);\dddot a\big|_{t=0}=\dddot a(0);a^{(IV)}\big|_{t=0}=a^{(IV)}(0);a^{(V)}\big|_{t=0}=a^{(V)}(0). \end{cases} \tag{56}$$

Виконуючи операції, аналогічні наведеним у п.5.2, остаточно матимемо:

$$\begin{cases} v(t)=a(0)t+\dfrac{\dot a(0)}{2}t^2+\dfrac{\ddot a(0)}{6}t^3+\dfrac{\dddot a(0)}{24}t^4+\dfrac{a^{(IV)}(0)}{120}t^5+\dfrac{a^{(V)}(0)}{720}t^6; \\ a(t)=a(0)+\dot a(0)t+\dfrac{\ddot a(0)}{2}t^2+\dfrac{\dddot a(0)}{6}t^3+\dfrac{a^{(IV)}(0)}{24}t^4+\dfrac{a^{(V)}(0)}{120}t^5; \\ x(t)=\dfrac{a(0)}{2}t^2+\dfrac{\dot a(0)}{6}t^3+\dfrac{\ddot a(0)}{24}t^4+\dfrac{\dddot a(0)}{120}t^5+\dfrac{a^{(IV)}(0)}{720}t^6+\dfrac{a^{(V)}(0)}{4320}t^7. \end{cases} \tag{57}$$

Тоді, у цьому випадку для V_S та τ_n маємо наступні співвідношення:

$$\begin{cases} a(0)\tau_n+\dfrac{\dot a(0)}{2}\tau_n^2+\dfrac{\ddot a(0)}{6}\tau_n^3+\dfrac{\dddot a(0)}{24}\tau_n^4+\dfrac{a^{(IV)}(0)}{120}\tau_n^5+\dfrac{a^{(V)}(0)}{720}\tau_n^6=V_S; \\ a(0)+\dot a(0)\tau_n+\dfrac{\ddot a(0)}{2}\tau_n^2+\dfrac{\dddot a(0)}{6}\tau_n^3+\dfrac{a^{(IV)}(0)}{24}\tau_n^4+\dfrac{a^{(V)}(0)}{120}\tau_n^5=0. \end{cases} \tag{58}$$

Розв'язуючи друге рівняння (58) відносно τ_n, знаходимо значення цього параметра руху/пуску механізму підйому вантажу гусеничних машин, а потім з першого рівняння (58) знаходимо V_S.

Цей режим пуску забезпечує плавну зміну пришвидшення і ривка вантажу на всій ділянці руху, що призводить до мінімізації коливань вантажу

Висновки.

1.Проведений аналіз впливу силового фактору та його характеристик на формування законів руху вантажу, котрі забезпечують мінімізацію коливань останнього у процесі його підйому. Зокрема, з підвищенням плавності зміни пришвидшення приводного механізму повинна зменшуватись амплітуда динамічних навантажень на канатну систему. Це призведе, у свою чергу, до зменшення втомлювального спрацювання елементів гусеничних машин, і на цій основі можлива тенденція до підвищення надійності останніх й збільшення продуктивності їх функціонування.

2.Отримані у даному дослідженні результати можуть бути у подальшому використані для уточнення й вдосконалення інженерних методів розрахунку параметрів пуску механізмів підйому вантажів гусеничних машин як на стадіях їх проектування/конструювання, так і у режимах реальної експлуатації.

(Продовження в наступному випуску)

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Задорожний А.О., Човнюк Ю.В., Чередніченко П.П., Остапущенко О.П., Кравченко І.М. Аналіз та синтез оптимальних режимів руху вантажопідйомних механізмів гусеничних машин. Частина I. Вимушені коливання за різних імпульсно-силових впливів. Просторовий розвиток, вип. 8. К.: КНУБА, 2024. С.255-273.

2. Левитский Н.И. Теория механизмов и машин. - М.: Наука, 1990. 592 с.

3. Горский Б.Е., Ловейкин В.С. Критерии динамического совершенствования механических систем. Теория машин металлургического и горного оборудования. - Свердловск: УПИ, 1989. Вып.13. С. 98-102.

4. Горский Б.Е. Динамическое совершенствование механических систем. − К.: Віпол, 1995. 292 с.

5. Хитрик В.Э. Методы динамической оптимизации механизмов машин-автоматов. - Л.: Изд-во Ленингр.ун-та, 1974. 116 с.

6. Ловейкін В.С. Критерії оцінки режимів руху механізмів і машин. Збірник наукових праць НАУ. Т.4. - К., 1998. С. 8-12.

7. Кильчевский Н.А. Курс теоретической механики. - М.: Наука, 1977. 544 с.

8. Ловейкін В.С. Оптимізація режимів руху машин і механізмів. Машинознавство. 1999. №7 (25). С. 24-31.

9. Ловейкін В.С. Расчеты оптимальных режимов движения механизмов строительных машин. - К.:УМК ВО, 1990. 168 с.

10. Кожевников С.Н. Динамика машин с упругими звеньями. - К.: Изд-во АН УССР, 1961. 384 с.

11. Смехов А.А., Ерофеев Н.И. Оптимальное управление подъемно-транспортными машинами. - М.: Машиностроение, 1975. 239 с.

12. Григоров О.В., Ловейкін В.С. Оптимальне керування рухом механізмів вантажопідйомних машин. - К.: Віпол, 1997, 264 с.

13. Ловейкін В.С., Човнюк Ю.В., Діктерук М.Г., Пастушенко С.І. Моделювання динаміки механізмів вантажопідйомних машин. - К.-Миколаїв: Вид-во РВВ МДАУ, 2004. 286 с.

14. Ловейкін В.С., Назаренко І.І., Онищенко О.Г. Теорія технічних систем. - К.-Полтава: ІЗ МН-ПДТУ, 1998. 200 с.

15. Ловейкін В.С., Ромасевич Ю.О. Оптимізація перехідних режимів руху механічних систем прямим варіаційним методом. Монографія. - К., Ніжин: Видавець П.П. Лисенко М.М., 2010. 184 с.

Candidate of Technical Sciences, Associate Professor **Zadorozhny Andrey,**
National Technical University "Kharkov Polytechnic Institute", Ukraine,
Ph.D., Associate Professor **Chovnyuk Yurii**,
Associate Professor **Cherednichenko Petro**,
Ph.D., Associate Professor **Ostapushchenko Olga, Kravchenko Igor,**
Kyiv National University of Construction and Architecture, Ukraine

MOVEMENT OPTIMAL MODES ANALYSIS AND SYNTHESIS OF TRACKED VEHICLES LOAD-LIFTING MECHANISMS PART II. ENERGY-SAVING MODES OF STARTING THE LIFTING MECHANISM ACCORDING TO VARIOUS CRITERIA

A comprehensive analysis of tracked vehicles load-lifting mechanisms optimal start-up modes is carried out in the work. On its basis, energy-saving starting modes of the lifting mechanisms under various energy-force criteria are synthesized. New, direct variational methods developed by the authors are presented, which use in engineering calculations allows to optimize the motion modes of a mechanical system presented by a two-mass dynamic model, with the application of energy-force type criteria which are presented in the form of integral functionals.

Recommendations on the selection of criteria and terminal (initial and final) conditions for the cargo-lifting mechanism starting, which are able to provide optimal (energy-saving) movement modes of tracked vehicles load-lifting mechanisms are developed. It is this approach allows you to implement not only an energy-saving (in the sense of minimization), but also a smooth start-up mode, without significant fluctuations of the rope system with the load, transfers the lifting mechanisms to a state in which, after the start, the load moves evenly and in a straight line. Methods are used for the analysis and synthesis of the above optimal modes of the tracked vehicles load-lifting mechanisms: 1) spline functions over time; 2) classical variational calcu-

lus; 3) physical-mechanical and mathematical modeling; 4) differential and integral calculus.

Key words: analysis; synthesis; optimization; movement modes; starting; load-lifting mechanisms; tracked vehicles; energy-force and energy-saving movement quality criteria; spline functions.

REFERENCES

1. Zadorozhnyi A.O., Chovniuk Yu.V., Cherednichenko P.P., Ostapushchenko O.P., Kravchenko I.M. Analiz ta syntez optymalnykh rezhymiv rukhu vantazhopidiomnykh mekhanizmiv husenychnykh mashyn. Chastyna I. Vymusheni kolyvannia za riznykh impulsno-sylovykh vplyviv. Prostorovyi rozvytok, vyp. 8. K.: KNUBA, 2024. S. 255-273.

2. Levytskyi N.Y. Teoryia mekhanyzmov y mashyn. - M.: Nauka, 1990. 592 s. {in Russian}

3. Horskyi B.E., Loveikyn V.S. Kryteryy dynamycheskoho sovershenstvovanyia mekhanycheskykh system. Teoryia mashyn metallurhycheskoho y hornoho oborudovanyia. - Sverdlovsk: UPY, 1989. Vyp.13. S. 98-102. {in Russian}

4. Horskyi B.E. Dynamycheskoe sovershenstvovanye mekhanycheskykh system. − K.: Vipol, 1995. 292 s. {in Russian}

5. Khytryk V.E. Metody dynamycheskoi optymyzatsyy mekhanyzmov mashyn-avtomatov. - L.: Yzd-vo Lenynhr.un-ta, 1974. 116 s. {in Russian}

6. Loveikin V.S. Kryterii otsinky rezhymiv rukhu mekhanizmiv i mashyn. Zbirnyk naukovykh prats NAU. T.4. - K., 1998. S. 8-12. {in Ukrainian}

7. Kylchevskyi N.A. Kurs teoretycheskoi mekhanyky. - M.: Nauka, 1977. 544 s. {in Russian}

8. Loveikin V.S. Optymizatsiia rezhymiv rukhu mashyn i mekhanizmiv. Mashynoznavstvo. 1999. №7 (25). S. 24-31. {in Ukrainian}

9. Loveikin V.S. Raschety optymalnыkh rezhymov dvyzhenyia mekhanyzmov stroytelnykh mashyn. - K.: UMK VO, 1990. 168 s. {in Russian}

10. Kozhevnykov S.N. Dynamyka mashyn s upruhymy zveniamy. - K.: Yzd-vo AN USSR, 1961. 384 s. {in Russian}

11. Smekhov A.A., Erofeev N.Y. Optymalnoe upravlenye podyemno-transportnymy mashynamy. - M.: Mashynostroenye, 1975. 239 s. {in Russian}

12. Hryhorov O.V., Loveikin V.S. Optymalne keruvannia rukhom mekhanizmiv vantazhopidiomnykh mashyn. - K.: Vipol, 1997, 264 c. {in Ukrainian}

13. Loveikin V.S., Chovniuk Yu.V., Dikteruk M.H., Pastushenko S.I. Modeliuvannia dynamiky mekhanizmiv vantazhopidiomnykh mashyn. - K.-Mykolaiv: Vyd-vo RVV MDAU, 2004. 286 s. {in Ukrainian}

14. Loveikin V.S., Nazarenko I.I., Onyshchenko O.H. Teoriia tekhnichnykh system. - K.-Poltava: IZ MN-PDTU, 1998. 200 s. {in Ukrainian}

15. Loveikin V.S., Romasevych Yu.O. Optymizatsiia perekhidnykh rezhymiv rukhu mekhanichnykh system priamym variatsiinym metodom. Monohrafiia. - K., Nizhyn: Vydavets P.P. Lysenko M.M., 2010. 184 s. {in Ukrainian}