

DOI: 10.32347/2786-7269.2024.7.396-408

УДК 528.4

Кінь Д.О.,

kin.do@knuba.edu.ua, ORCID: 0000-0002-0185-2534

Київський національний університет будівництва та архітектури

## ЩОДО ПІДВИЩЕННЯ ТОЧНОСТІ МЕТОДІВ КАРТОМЕТРИЧНИХ І МОРФОМЕТРИЧНИХ ОБЧИСЛЕНЬ У ГЕОІНФОРМАЦІЙНОМУ СЕРЕДОВИЩІ

*Визначення гідрографічних характеристик на крупномасштабних картах з максимальною точністю потребує достатньо часу та обсягу для виконання картометричних операцій. Сучасний рівень геоінформаційних систем (далі – ГІС) та комп'ютерних технологій дозволяє зменшити цей обсяг. Реалізація обчислень морфометричних характеристик водотоків, водойм, водозборів у середовищі ГІС забезпечує визначення цих властивостей не залежно від масштабу карти, картографічної проєкції чи відстанню від осьового меридіану певної зони. У цій статті обґрунтовано використання аналітичних і числових методів картометричних та морфометричних обчислень на референц-еліпсоїді. Досліджені методи обчислень визначають геодезичні площі геопросторових об'єктів із середньоквадратичними похибками від 0,030 до 0,809 м<sup>2</sup>.*

*Ключові слова: референц-еліпсоїд; морфометрія; строгі комп'ютерні методи; ГІС, метод Сімпсона, опрацювання геопросторових даних.*

**Постановка проблем.** Під час гідрологічних розрахунків для проєктування та будівництва гідротехнічних споруд, а також під час проведення комплексних гідрологічних досліджень, наприклад, для вивчення водного режиму територій використовують гідрографічні характеристики водойм та їх водозборів [1]. Визначено основні гідрографічні характеристики (сукупність морфометричних і морфологічних) водойм та їх водозборів для аналізу їх форм, розмірів та інших фізико-географічних особливостей [1]:

- морфометричні характеристики водотоків (довжина водотоку (ділянки водотоку); гідрографічна довжина водотоку; середній ухил водотоку; звивистості водотоку тощо)
- морфометричні характеристики водойм (площі; максимальна глибина; об'єм; довжина водойми; батиграфічна крива тощо);
- морфометричні характеристики водозборів (площа водозбору; густина річкової мережі водозбору; густина руслової мережі; площа замкнених западин тощо);

– морфологічні характеристики водозборів (абсолютний та відносний показник покриття водоймами водозбору; заболоченість, розораність, лісистість, урбанізація, закарстованість водозбору тощо).

Основними картографічними матеріалами для визначення гідрографічних характеристик водних об'єктів та їх водозборів використовуються топографічні карти масштабу 1:10 000 – 1:100 000, а також тематичні карти (гідрографічні, геологічні, ґрунтів тощо) [1]. До сучасного розвитку геоінформаційних систем та баз геопросторових даних у топографічному картографуванні для визначення морфометричних характеристик виконувались картометричні операції безпосередньо на друкованих картах відповідного масштабу, а геопросторові об'єкти, які своїми розмірами протяжні або більші за площі аркушів топографічних карт, займали більше 2 номенклатурних аркушів, що зумовлювало обов'язкове зведення та узгодження усіх об'єктів уздовж рамок, особливо на межах зон у проєкції Гаусса-Крюгера, що було досліджено у роботі [2]. У наслідок такого картографічного підходу масштаб карти, що використовується, впливає на точність визначення гідрографічних характеристик. На первинних топографічних картах масштабів 1:10000, 1:25000, 1:50000 і 1:100000 середні помилки в плановому положенні зображень об'єктів та чітких контурів місцевості відносно найближчих пунктів і точок геодезичної основи не повинні перевищувати 0,5 мм, а на картах низькогірних, середньогірних та високогірних районів – 0,75 мм [3]. Середні помилки в плановому положенні зображень контурів рослинного покриву і ґрунтів, за винятком чітких вигинів, що є характерними точками, не повинні перевищувати 1 мм [3].

Таблиця 1

Середні помилки в плановому положенні зображень об'єктів та контурів залежно від масштабу карти (у метрах на місцевості)

№ пор	Масштаб	Рівнинна місцевість	Низькогірні, середньогірні та високогірні райони	Контур рослинного покриву і ґрунтів
1	1:10 000	5	7,5	10
2	1:25 000	12	19	25
3	1:50 000	25	38	50
4	1:100 000	50	75	100

Використання певного масштабу залежить від мети, обсягів, точності відображення необхідної інформації. Наприклад, у роботі [4] досліджено, що масштаб від 1:500 тісно пов'язаний із земельним адмініструванням (винесення об'єктів у натуру, розроблення містобудівної документації, встановлення

обмежень щодо використання земельних ресурсів тощо), тоді як дрібніші масштаби використовуються для відображення та аналізу даних демографії, географії та управління навколишнім середовищем.

У другій половині ХХ століття використання крупномасштабних карт для забезпечення високої точності визначених гідрографічних характеристик суттєво збільшувало обсяг картометричних робіт, тому дрібномасштабні карти використовувались у випадках, коли не вимагалась висока точність визначення характеристик. Оскільки масштаб карти впливає на точність визначення гідрографічних характеристик, то у керівництві сформовано рекомендовані масштаби топографічних карт в залежності від розмірів водозборів [1] (табл. 2).

Таблиця 2

Рекомендовані масштаби топографічних карт залежно від розмірів водозборів

№ пор	Тип місцевості	Площа водозбору, км <sup>2</sup>			
		< 10	10 – 50	50 – 200	> 200
1	Рівнинна, заболочена та пустельна місцевість	1:10 000	1:25 000	1:50 000	1:100 000
2	Низькогірні, середньогірні та високогірні райони	1:25 000	1:50 000	1:100 000	1:100 000

Зазначена таблиця є прикладом вимушеної диференціації площі водозборів залежно від масштабу карти, щоб підвищити точність картометричних та морфометричних операцій. Сучасний розвиток геоінформаційних систем та технологій дозволяє працювати з великим обсягом даних на значних за площею територіях, тобто не залежно від розміру топографічних карт та кількості аркушів, які необхідно для обчислень характеристик. Геоінформаційний підхід до виробництва карт передбачає моделювання геопросторових об'єктів, суцільних і не фрагментованих. Це дозволяє виконувати картометричні операції для всього об'єкта, а не його частин, та не залежати від масштабу карти, якщо модель геопросторового об'єкта не створювалася шляхом векторизації сканованих топографічних карт. Також особливу увагу необхідно звернути на математичну модель Землі, яка використовується під час виконання картометричних та морфометричних обчислень. У роботах обґрунтовано доцільність використання саме референц-еліпсоїда для отримання значення площі без спотворень [5–15].

У попередньому дослідженні [13] автори сформуливали онтологічну модель геодезичних, картометричних та морфометричних операцій у середовищі геоінформаційних систем.

У роботах [7, 8, 10, 12, 14, 15] розглянуто та апробовано виконання геодезичних та картометричних операцій на референц-еліпсоїді у ГІС.

**Метою цієї роботи** є визначити та обґрунтувати використання аналітичних і числових методів картометричних та морфометричних обчислень на референц-еліпсоїді, а також їх точність обчислення у геоінформаційному середовищі. У статті досліджено методи обчислення геодезичних площ.

**Виклад основного матеріалу.** Обчислення метричних властивостей геопросторових об'єктів на референц-еліпсоїді повинно виконуватись з урахуванням кривизни Землі, без спотворень картографічними проєкціями, що дозволяє визначати значення характеристик ближче до істинного. Стандартні методи інструментальних геоінформаційних систем не є строгими, а наближені, оскільки у математичних моделях використовується обмежена кількість членів в ряді Тейлора [12]. У статті [8] було запропоновано розкладання у числовий ряд Тейлора функції для визначення абсцис і ординат. Однак, використання різниці довгот, як малої величини, у ряді Тейлора є хибним, тому було досліджено розкладання функцій визначення абсцис і ординат за геодезичними координатами за допомогою біноміальних коефіцієнтів, що було розглянуто також у роботі [10], як розширений ряд Крюгера. У дослідженнях [5 – 7] було розроблено методи визначення геодезичних площ з використанням високоточних моделей числового інтегрування по апроксимованому контуру, контуру заданому відрізками та TIN-моделі. У статті [12] було запропоновано визначати геодезичну площу як алгебраїчну суму площ криволінійних трапецій за методом Сімпсона. У статті [10] запропоновано визначення геодезичної площі з урахуванням сферичного надлишку та реалізовано у MATLAB [11] – *geodarea()*. Функція *geodarea()* дублює функцію *areaint()* у наборі інструментів MATLAB Mapping toolbox, але основна відмінність полягає в тому, що ребра багатокутника вважаються геодезичними і тоді площа обчислюється безпосередньо на референц-еліпсоїді, задовольняючи одну із умов: стиснення Землі  $f < 1/100$ . У випадку багатокутників, які перетинаються між собою, геодезична площа накопичується. Ця функція також реалізована у розширенні PostGIS *st\_area()*, вказавши параметр «true» для врахування поверхні референц-еліпсоїда. У роботах [16] визначено фактори впливу на точність визначення метричних властивостей об'єктів на карті, а саме джерела похибок під час вимірювань на карті: точність планового положення вершин об'єктів на карті; точність опорної геодезичної мережі; точність методу топографічного знімання; графічна точність масштабу; похибка зсуву фарб під час друку карт.

Ці фактори можуть відноситись до одного із факторів, які впливають на точність визначення площ земельних ділянок, а саме точність визначення поворотних точок меж земельних ділянок. Для оцінки точності визначення

геодезичної площі аналітичними та числовими методами у середовищі ГІС слід розглядати такі фактори:

- 1) точність положення вершин об'єктів ( $m_1$ );
- 2) точність методу збирання геопросторових даних ( $m_2$ );
- 3) задана точність апроксимації контуру об'єкта ( $m_3$ );
- 4) точність аналітичного та числового методу обчислення ( $m_4$ );
- 5) графічна точність масштабу ( $m_5$ );

Графічну точність масштабу рекомендовано враховувати, якщо об'єкти були векторизовані з топографічних карт у геоінформаційній системі. Якщо об'єкт було створено за результатами зібраних та опрацьованих геопросторових даних певним сучасним методом топографічного знімання, то слід враховувати перші 4 фактори. Середньоквадратичну похибку (далі – СКП) обчислення геодезичної площі аналітичними та числовими методами у середовищі ГІС було визначено за формулою (1):

$$\begin{aligned}
 M &= \pm \sqrt{M_1^2 + M_2^2 + M_3^2 + M_4^2 + M_5^2} = \\
 &= \pm \sqrt{\left(\frac{m_1}{\sqrt{n}} L\right)^2 + \left(\frac{m_2}{\sqrt{n}} L\right)^2 + m_3^2 + m_4^2 + \left(\frac{m_5}{\sqrt{n}} L\right)^2} \quad (1)
 \end{aligned}$$

де  $L$  – периметр об'єкта, площа якого визначається, на референц-еліпсоїді;

$n$  – кількість вершин у контурі об'єкта, площа якого визначається;

$m_i$  – середньоквадратична похибка  $i$ -того фактору, що впливає на точність визначення геодезичної площі аналітичними та числовими методами у середовищі ГІС.

За допомогою вище зазначених числових методів, які є наближеними до аналітичних, у середовищі QGIS були обчислені геодезичні площі земельних ділянок (від 0,1 до 30,8 га), об'єктів природно-заповідного фонду (від 155 до 256 га) та річкових басейнів (табл. 3, табл. 4).

Обчислення виконувались на математичній моделі двохосового референц-еліпсоїду Красовського, оскільки така модель сьогодні є чинною в Україні. Числові методи розглядались з максимально доцільною кількістю членів у біноміальних рядах підінтегральних функцій, а використання до 6 членів прийнято вважати наближеним числовим методом, що не задовольняє вимоги до точності обчислювальних операцій. Застосовано тип даних із подвійною точністю (Double precision), що займає у пам'яті 64 біта або 8 байт відповідно до стандарту IEEE 754.

Таблиця 3  
 Геодезичні площі земельних ділянок та об'єктів природно-заповідного фонду у середовищі QGIS

№ пор	Кадастровий номер земельної ділянки, ідентифікатор об'єкта природно-заповідного фонду	Периметр геопросторового об'єкта, м	Кількість вершин у полігоні	Геодезична площа геопросторового об'єкта (за методом Карнеу), кв. м	Геодезична площа геопросторового об'єкта Сімпсона), кв. м	СКП площі (за методом Карнеу), кв. м	СКП площі (за методом Сімпсона), кв. м
1	2	3	4	5	6	7	8
1	6310137500:13:002:0025	116,713	6	855,79	855,82	0,032	0,032
2	6310137500:13:002:0311	148,738	8	1150,53	1150,62	0,035	0,035
3	6325157300:02:004:1092	281,281	6	2821,60	2821,58	0,077	0,077
4	6310136600:03:001:0018	263,817	35	3148,98	3149,10	0,030	0,030
5	6325157300:02:005:0260	404,111	6	7477,58	7477,79	0,111	0,111
6	6310137500:01:004:0005	407,416	27	7669,66	7669,95	0,053	0,053
7	6310136600:10:001:0078	440,532	10	8693,35	8693,77	0,093	0,093
8	6310136600:10:001:0032	410,658	21	9300,71	9301,06	0,060	0,060
9	6310136600:10:001:0521	392,460	9	9490,38	9490,78	0,088	0,088
10	6310136300:14:005:0023	433,868	14	9521,09	9521,38	0,078	0,078
11	6310136900:06:010:0037	577,534	21	11997,92	11998,49	0,085	0,085
12	6325157300:02:004:1110	455,977	6	12123,16	12123,73	0,125	0,125
13	6310137500:11:003:0038	507,127	25	14089,62	14090,23	0,068	0,068
14	6310136900:06:010:0021	610,585	14	14103,47	14103,70	0,109	0,109
15	6310136300:16:012:0003	490,650	5	14998,78	14999,50	0,147	0,147
16	6310137200:02:020:0019	844,852	65	16332,91	16333,50	0,070	0,070

Продовження таблиці 3.

№ пор	Кадастровий номер земельної ділянки, ідентифікатор об'єкта природно-заповідного фонду	Периметр геопросторового об'єкта, м	Кількість вершин у полігоні	Геодезична площа геопросторового об'єкта (за методом Карней), кв. м	Геодезична площа геопросторового об'єкта (за методом Сімпсона), кв. м	СКП площі (за методом Карней), кв. м	СКП площі (за методом Сімпсона), кв. м
1	2	3	4	5	6	7	8
17	6325157300:02:004:1091	661,950	6	17175,24	17176,57	0,181	0,181
18	6310136600:11:001:0048	794,338	17	17524,01	17524,68	0,129	0,129
19	6325157300:02:004:1090	685,549	6	19997,08	19999,19	0,188	0,188
20	6325157300:02:004:1099	605,165	8	19997,77	19998,92	0,144	0,144
21	6310136600:01:022:0043	898,243	77	26997,82	26998,78	0,069	0,069
22	6310136300:07:010:0022	860,785	35	27993,75	27994,72	0,098	0,098
23	6310138500:12:005:0061	1159,244	38	48484,16	48485,93	0,126	0,126
24	6310137900:02:011:0005	1204,053	23	60540,00	60541,79	0,168	0,168
25	6310136300:03:001:0152	1955,768	79	149605,07	149609,48	0,148	0,148
26	6310138500:14:006:0010	2377,533	31	307986,57	307997,26	0,286	0,286
27	0168UA0708005	7824,731	76	1559636,53	1559691,39	0,602	0,602
28	0105UA0703013	9183,037	58	2178391,37	2178473,16	0,809	0,809
29	0105UA0701004	6632,945	67	2181369,29	2181438,88	0,544	0,544
30	0168UA0701010	12278,948	313	2550845,19	2550925,93	0,466	0,466

Таблиця 4

## Геодезичні площі річкових басейнів у середовищі QGIS

№ пор	Назва річкового басейну	Периметр геопросторового об'єкта, м	Кількість вершин у полігоні	Геодезична площа об'єкта (за методом Karney), кв. км	Геодезична площа об'єкта (за методом Сімпсона), кв. км	СКП обчислення площі (за методом Karney), кв. км	СКП обчислення площі (за методом Сімпсона), кв. км
1	Дніпро	6191299,201	150158	295036,00	295049,43	10,718	10,718
2	Дон	2071382,324	49779	54423,62	54425,28	6,228	6,228
3	Дністер	3315845,326	39392	53858,58	53864,45	11,207	11,207
4	Вісла	124780,096	68823	12949,15	12949,20	0,319	0,319
5	Дунай	781760,284	53921	45785,34	46606,34	2,258	2,258
6	Південний Буг	2591550,885	20999	64291,92	64293,89	11,997	11,997
7	річки Криму	1390205,179	358496	26932,76	26933,57	1,558	1,558
8	річки Причорномор'я	3060171,774	42656	27102,76	27105,70	9,939	9,939
9	річки Приазов'я	2225911,491	56896	36404,63	36405,75	6,260	6,260



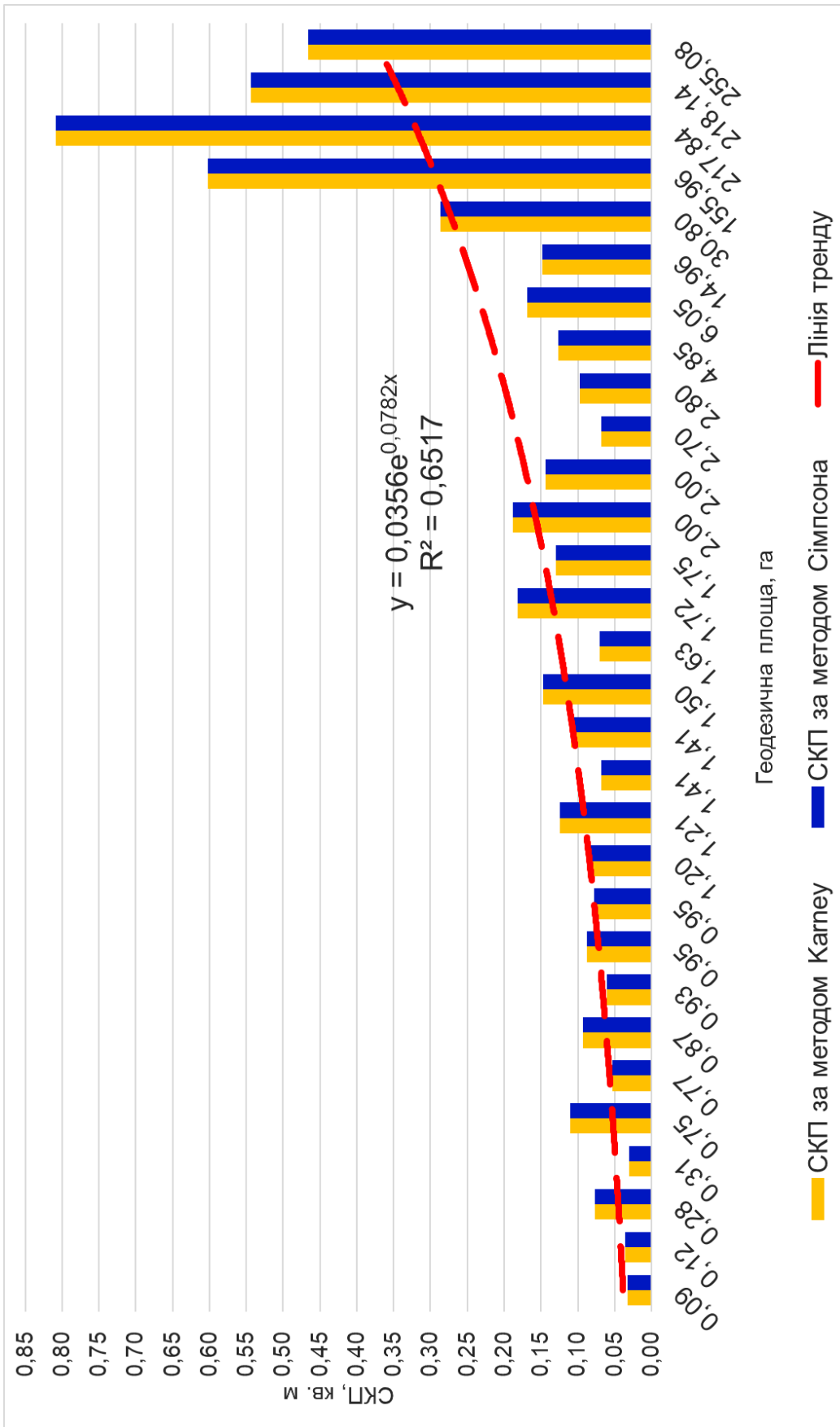


Рис. 1. Графік залежності середньоквадратичної похибки обчислення площі за методом Карнеу і Сімпсона від геодезичної площі об'єкта

Виконавши обчислення геодезичних площ, було визначено відповідні середньоквадратичні похибки обчислень за методами Карнеу та Сімпсона. Слід зазначити, що ці значення СКП рівні між собою, проте точність двох методів становить  $10^{-12}$  та  $10^{-10}$  м<sup>2</sup> відповідно. На рис. 1 видно, що залежність між СКП та геодезичною площею об'єкта є експоненціальною, а коефіцієнт кореляції становить 0,6517, що свідчить про наявність кореляційного зв'язку між цими величинами. Функції, які були використанні для картометричних та морфометричних операцій доступні за посиланням: <https://doi.org/10.5281/zenodo.10447150>.

**Висновки.** У результаті проведених досліджень було виконано обчислення геодезичних площ 39 об'єктів (0,0856 – 29503600 га) на референц-еліпсоїді у середовищі QGIS за аналітичними і числовими методами Карнеу та Сімпсона, збіжність між якими в середньому становить 1 м<sup>2</sup>, що свідчить про високу достовірність результатів. Перевага запропонованих аналітичних і числових методів картометричних та морфометричних обчислень на референц-еліпсоїді полягає у тому, що вони значно підвищують точність обчислення картометричних та морфометричних характеристик за рахунок запропонованих числових методів, а результати обчислень не залежать від картографічних спотворень проєкціями, масштабу та відстані від осьового меридіану певної зони проєкції.

### Список використаних джерел

1. Руководство по определению расчетных гидрологических характеристик. Л.: Гидрометеиздат, 1973. 112 с.
2. Kin, D., & Karpinskyi, Y. (2022). The phenomenon of topological inconsistencies of frames of map sheets during the creation of the Main state topographic map. *ISTCGCAP*, 95, 103-112. <http://dx.doi.org/10.23939/istcgcap2022.95.103>.
3. Основні положення створення та оновлення топографічних карт масштабів 1:10 000, 1:25 000, 1:50 000, 1:100 000, 1:200 000, 1:500 000, 1:1 000 000: затвердж. наказом Головного управління геодезії, картографії та кадастру України № 156 від 31.12.1999 р. і погодж. з Воєнно-топографічним управлінням Генерального штабу Збройних сил України.
4. Пілічева, М.О., & Кінь, Д.О. (2018). Масштаб інфраструктури геопросторових даних місцевого рівня. *Вчені записки Таврійського національного університету імені В.І. Вернадського. Серія: Технічні науки*, (29 (68), № 2), 337-341. URL: [http://nbuv.gov.ua/UJRN/sntuts\\_2018\\_29\\_2\\_59](http://nbuv.gov.ua/UJRN/sntuts_2018_29_2_59).
5. Барановський В.Д., Карпінський Ю.О., Лященко А.А. Топографо-геодезичне та картографічне забезпечення ведення державного земельного кадастру. Визначення площ територій / За заг. Ред. Ю.О. Карпінського. – К.: НДІГК. 2009а. – 92 с. – (Сер. Геодезія, картографія, кадастр).
6. Барановський В.Д., Карпінський Ю.О., Кучер О.В., Лященко А.А. Топографо-геодезичне та картографічне забезпечення ведення державного земельного кадастру. Системи координат і картографічні проєкції. /За загальною редакцією Ю.О. Карпінського. К.: НДІГК, 2009б. – 96 с.: іл. – (Сер. “Геодезія, картографія, кадастр”).
7. Карпінський, Ю.О., Трюхан, М.О., Барановський В.Д. та ін. (2006). Звіт про науково-дослідну роботу «Розробка методичних рекомендацій по визначенню площ великих

територій при розробці індексних карт та проектів землеустрою» (Облікова картка науково-дослідної роботи УкрІНТЕІ 0206U006883). Київ: НДІГК, 80с.

8. Кінь, Д. (2023). Дослідження реалізації чисельних строгих математичних методів із заданням параметра кількості членів у ряду Тейлора. *Містобудування та територіальне планування*, (84), 153–160. <https://doi.org/10.32347/2076-815x.2023.84.153-160>.

9. Савчук С.Г. (2005). Вища геодезія: підручник, видання друге, доповнене. Львів: *Львівська політехніка*, 315 с.

10. Karney C. (2013). Algorithms for geodesics. *Journal of Geodesy*. Vol. 87, 43–55. <https://doi.org/10.1007/s00190-012-0578-z>.

11. Karney, C.F. (2023). geographiclib (<https://www.mathworks.com/matlabcentral/fileexchange/50605-geographiclib>), MATLAB Central File Exchange. Retrieved December 28, 2023.

12. Kin, D., & Karpinskyi, Y. (2020). Peculiarities of the method of calculation feature's geodetic area on the reference ellipsoid in GIS. *International Conference of Young Professionals «GeoTerrace-2020»* (Vol. 2020, No. 1, pp. 1-5). European Association of Geoscientists & Engineers. 10.3997/2214-4609.20205757

13. Kin, D., & Karpinskyi, Y. (2021). Ontology of geodetic, cartometric and morphometric methods in the geoinformation environment. In *Geoinformatics* (Vol. 2021, No. 1, pp. 1-6). European Association of Geoscientists & Engineers. <https://doi.org/10.3997/2214-4609.20215521101>

14. Pędzich, P. & Kuźma, M. (2012). Application of methods for area calculation of geodesic polygons on Polish administrative units. *Geodesy and Cartography*, vol. 61, nr 2, pp. 105 – 115. DOI: 10.2478/v10277-012-0025-6.

15. Vincenty, T. (1975). Direct and inverse solutions of geodesics on the ellipsoid with application of nested equations. *Survey review*, 23(176), 88-93. URL: [https://www.ngs.noaa.gov/PUBS\\_LIB/inverse.pdf](https://www.ngs.noaa.gov/PUBS_LIB/inverse.pdf).

16. Волков, Н.М. (1950). Принципы и методы картометрии. Академия наук СССР. 330 с.

Assistant **Kin Danylo**,  
Kyiv National University of Construction and Architecture

## ON IMPROVING THE ACCURACY OF CARTOMETRIC AND MORPHOMETRIC COMPUTING METHODS IN THE GEOINFORMATION ENVIRONMENT

Determination of hydrographic characteristics on large-scale maps with maximum accuracy requires sufficient time and volume of cartometric work. The current level of geographic information systems (GIS) and computer technologies allows to reduce the volume of cartometric operations. The implementation of calculations of the morphometric characteristics of watercourses, reservoirs, and watersheds in the GIS environment ensures the determination of these properties regardless of the scale of maps, map projection, or distance from the axial meridian of a particular projection zone.

This article demonstrates the use of analytical and numerical methods for cartometric and morphometric calculations on the reference ellipsoid. The researched

calculation methods determine the geodetic areas of geospatial objects with root mean square errors from 0,030 to 0,809 m<sup>2</sup>.

Keywords: ellipsoid; morphometry; rigorous computer methods; GIS, Simpson's method, geospatial data processing.

## REFERENCES

1. Guidelines for Determining Calculated Hydrological Characteristics (1973). *Gidrometeoizdat*. 112 {in Russian}
2. Kin, D., & Karpinskyi, Y. (2022). The phenomenon of topological inconsistencies of frames of map sheets during the creation of the Main state topographic map. *ISTCGCAP*, 95, 103-112. <http://dx.doi.org/10.23939/istcgcap2022.95.103>. {in English}
3. Basic provisions for creating and updating topographic maps at scales 1:10 000, 1:25 000, 1:50 000, 1:100 000, 1:200 000, 1:500 000, 1:1 000 000 (Approved by the order of the Main Department of Geodesy, Cartography and Cadastre of Ukraine No. 156 dated 31.12.1999 and agreed with the Military Topographic Directorate of the General Staff of the Armed). {in Ukrainian}
4. Pilicheva, M.O., & Kin, D.O. (2018). The scale of the infrastructure for spatial information in local level. *Scientific notes of Vernadsky Taurida National University. Series: Technical sciences*, (29 (68), № 2), 337-341. URL: [http://nbuv.gov.ua/UJRN/sntuts\\_2018\\_29\\_2\\_59](http://nbuv.gov.ua/UJRN/sntuts_2018_29_2_59). {in Ukrainian}
5. Baranovskyi V.D., Karpinskyi Y.O., Lyashchenko A.A. *Topographic, geodetic and cartographic support of the State land cadastre. Determination of the areas of territories / Under the general editorship of Y.O. Karpinsky – Kyiv: NIIGK. 2009. – 92 p. – Ser. Geodesy, cartography, cadastre*. {in Ukrainian}
6. Baranovskyi V.D., Karpinskyi Y.O., Kucher O.V., Lyashchenko A. A. *Topographic, geodetic and cartographic support of the State land cadastre. Coordinate systems and cartographic projections. K.: NDIGK, 2009. 96 p.: ill. – (Series "Geodesy, Cartography, Cadastre)*. {in Ukrainian}
7. Karpinskyi Y.O., Truhan M. O., Baranovskyi V.D. et. al. (2006). Report on the research work "Development of methodological recommendations for determining the areas of large territories when developing index maps and land management projects." *Kyiv: RIGC*, 80 p. {in Ukrainian}
8. Kin, D. (2023). The research of implementation of numerical rigorous mathematical methods with the parameter of the member's number in the Taylor series. *Urban development and spatial planning*, (84), 153–160.

<https://doi.org/10.32347/2076-815x.2023.84.153-160>.

{in Ukrainian}

9. Savchuk S.G. (2005). Higher geodesy: textbook, second edition, supplemented. Lviv: Lviv Polytechnic, 315 p. {in Ukrainian}

10. Karney C. (2013). Algorithms for geodesics. *Journal of Geodesy*. Vol. 87, 43–55. <https://doi.org/10.1007/s00190-012-0578-z>. {in English}

11. Karney, C. F. (2023). geographiclib (<https://www.mathworks.com/matlabcentral/fileexchange/50605-geographiclib>), MATLAB Central File Exchange. Retrieved December 28, 2023. {in English}

12. Kin, D., & Karpinskyi, Y. (2020). Peculiarities of the method of calculation feature's geodetic area on the reference ellipsoid in GIS. *International Conference of Young Professionals «GeoTerrace-2020»* (Vol. 2020, No. 1, pp. 1-5). European Association of Geoscientists & Engineers. 10.3997/2214-4609.20205757 {in English}

13. Kin, D., & Karpinskyi, Y. (2021). Ontology of geodetic, cartometric and morphometric methods in the geoinformation environment. In *Geoinformatics* (Vol. 2021, No. 1, pp. 1-6). European Association of Geoscientists & Engineers. <https://doi.org/10.3997/2214-4609.20215521101> {in English}

14. Pędzich, P. & Kuźma, M. (2012). Application of methods for area calculation of geodesic polygons on Polish administrative units. *Geodesy and Cartography*, vol. 61, nr 2, pp. 105 – 115. DOI: 10.2478/v10277-012-0025-6 {in English}

15. Vincenty, T. (1975). Direct and inverse solutions of geodesics on the ellipsoid with application of nested equations. *Survey review*, 23(176), 88-93. URL: [https://www.ngs.noaa.gov/PUBS\\_LIB/inverse.pdf](https://www.ngs.noaa.gov/PUBS_LIB/inverse.pdf). {in English}

16. Volkov, N.M. (1950). Principles and methods of cartometry. Academy of Sciences of the USSR. 330 pp. {in Russian}