DOI: 10.32347/2786-7269.2023.6.251-265
УДК 539.12.01
к.т.н., доцент **Човнюк Ю.В.**,
ychovnyuk@ukr.net, ORCID: 0000-0002-0608-0203,
к.т.н., доцент **Кравчук В.Т.**, vtk1@ukr.net, ORCID: 0000-0002-5213-3644,
доцент **Чередніченко П.П.**, petro_che@ukr.net, ORCID: 0000-0001-7161-661X,
к.т.н., доцент **Остапущенко О.П.,**
olga_ost_17@ukr.net, orcid: 0000-0001-8114-349X,
**Кравченко І.М.,** kim-ua@i.ua, ORCID: 0000-0001-7077-1546,
Київський національний університет будівництва і архітектури

# АНАЛІЗ ХАРАКТЕРНИХ ЗАКОНОМІРНОСТЕЙ ЗБУДЖЕННЯ НЕЗАТУХАЮЧИХ КОЛИВАНЬ З АДАПТИВНИМ ПІДЛАШТУВАННЯМ ФАЗИ У ЛІНІЙНИХ/НЕЛІНІЙНИХ ВІБРАЦІЙНИХ СИСТЕМАХ

*Наведений аналіз механізму прояву збудження незатухаючих коливань з дискретним рядом можливих стійких амплітуд у результаті впливу зовнішньої періодичної сили, нелінійної по координаті руху збуджуваної (лінійної/нелінійної) вібраційно-коливної системи.*

*Характерні закономірності явища вивчаються на основі двох загальних моделей: а)маятника під впливом неоднорідної по координаті зовнішньої періодичної сили; б)осцилятора під впливом падаючої хвилі. Показано, що механізм явища пов'язаний з фазовим захопленням та адаптивним підлаштуванням фази, яка забезпечує необхідний внесок енергії у коливний процес даної вібраційної системи.*

*Ключові слова: незатухаючі коливання; адаптивне підлаштування; аргументний принцип; лінійні та нелінійні вібраційно-коливні системи; маятникова модель; осцилятор.*

**Постановка проблеми.** В теорії нелінійних коливань зазвичай розглядаються впливи на коливні системи зовнішніх, не залежних від координати чи лінійних по координаті системи/вібросистеми, періодичних сил [1,2]. При цьому коливні/вібраційні системи можуть мати різноманітні особливості типу нелінійної дисипації, нелінійної повертаючої сили, модуляційного чи параметричного механізму зміни параметрів тощо. При дослідженні проходження частотно- чи фазово-модульованих коливань через вібраційно-коливні системи також зазвичай використовуються заздалегідь задані закони маніпуляції незалежно від коливань у системі.

У даному дослідженні проведений аналіз характерних закономірностей збудження незатухаючих коливань у лінійних чи нелінійних вібраційно-коливних системах (наприклад, для ущільнення бетонних/будівельних сумішей) в результаті впливу зовнішньої періодичної сили, яка є нелінійною по координаті руху системи, яку збуджують до коливань [3-14]. Показано, що механізм явища пов'язаний із фазовим захопленням та адаптивним підлаштуванням фази, що й забезпечує необхідний внесок енергії у вібраційно-коливний процес при неоднорідному зовнішньому впливі. При цьому виявляється низка нових чи таких, що випали з розгляду, об'єктивно існуючих властивостей коливних процесів та вібросистем. Такі системи можна, зокрема, розглядати як автоколивні із зовнішнім ВЧ-джерелом живлення [14]. При взаємодії системи, яка збуджується, із джерелом живлення формується вимушена сила, котра являє собою частотно- чи фазово-модульовану силу. Характерним аргументом вібросистеми є деяка адаптивна підлаштовувана початкова фаза, котра забезпечує найбільш вигідну з енергетичної точки зору взаємодію між збуджуваною коливною системою/вібросистемою та ВЧ-джерелом живлення. Цей факт, а також факт впливу на аргумент слугують причиною того, що розглядуваний спосіб збудження коливань вібросистеми названий умовно для скорочення аргументним методом.

При неоднорідному впливі зовнішнього ВЧ-джерела живлення відбувається характерне змішування його частоти (чи спектру частот) з частотою коливань збуджуваної вібросистеми. На частотній мові процес виражається у генерації нескінченного спектру комбінаційних частот. При цьому адаптивне автоматичне підлаштування до найбільш вигідної фази є необхідною умовою для такого змішування двох коливних процесів, при котрому з'являються спектральні компоненти з частотою, близькою до власної резонансної частоти збуджуваної вібросистеми. Ці спектральні компоненти утримують коливання у вібросистемі незмінними, причому умови збудження незатухаючих коливань є дискретними й визначаються значеннями початкових кінематичних параметрів коливань у збуджуваній вібросистемі (початковими умовами).

Основою для проведення досліджень є вивчення з позицій теорії коливань відомих у фізичній електроніці, радіофізиці, електротехніці, механіці, електроніці надвисоких частот (НВЧ), техніці прискорення заряджених часточок, оптиці, акустиці, вібраційній техніці для ущільнення й формування бетонних/будівельних сумішей та інших областях науки й техніки процесів та явищ, заснованих на використанні інерційних властивостей часточок і неоднорідних взаємодій. У кожному конкретному випадку й режимі механізм взаємодій проявляє себе по-різному (автомодуляція, групування, фазова селекція і т.д.) [5, 8, 15-18]. Однак в основі цих механізмів можна прослідкувати єдиний прицип: зовнішня ВЧ-сила діє нелінійно по координаті руху часточок чи зарядів. Виявлені загальні закономірності дозволяють перейти до модельного розгляду процесів з тотожніми ознаками у найпростіших коливних системах з обмеженою кількістю степенів вільності руху, сформулювати певний (детермінований) механізм збудження стійких незатухаючих коливань, що забезпечує можливість перетворення з високою кратністю сили впливу. У зв'язку з дослідженням аргументних коливань у даній роботі реалізована спроба щодо пояснення процесу поглинання осцилятором порції енергії при взаємодії його з безперервною електромагнітною хвилею.

Таким чином, постановка задачі/проблеми полягає у дослідженні поведінки пасивних вібраційно-коливних систем з одним степенем вільності руху й незмінними у процесі коливань параметрами у нових умовах, а саме при впливі на систему безперервної, періодично змінної вимушеної сили, діючої неоднорідно по координаті її руху.

Вібраційно-коливні системи під впливом зовнішніх періодичних сил, нелінійних по координаті системи.

Реалізація аргументного принципу частотно-фазової модуляції зовнішньої періодичної сили може здійснюватись по-різному: дією зовнішньої періодичної сили, нелінійної по координаті руху системи (наприклад, дією періодичної сили тільки на частині траєкторії руху системи); створенням умов відносної нерівномірності руху системи; зміною часу руху системи безпосередньо у локальній зоні впливу; зміною часу руху системи у так званому просторі дрейфу і т.д. При взаємодії електромагнітних, акустичних, гідродинамічних хвиль з відповідними резонаторами частотно-фазова модуляція може проявляти себе природно, сама по собі, без будь-яких спеціально організованих умов.

Рух різноманітних за фізичною природою вібраційно-коливних систем під дією зовнішньої періодичної сили, нелінійної по координаті системи, у загальному випадку можуть бути описані рівнянням:

$$\ddot{x} + 2\delta_0 \dot{x} + \omega_0^2 x + f(x) = \Phi(x, t_r), \tag{1}$$

де: $x$ − узагальнена координата, $\delta_0$ − коефіцієнт, який відображає дисипативні властивості, $f(x)$ − функція, яка характеризує нелінійність, $\Phi(x, t_r)$ − зовнішня періодична сила, нелінійна по координаті системи, $t_r$ − реальний час. Слід особливо підкреслити, що, як показують строгий аналіз та експериментальні дослідження, викладені нижче характерні закономірності в цілому аналогічні як для лінійних ( $f(x) \equiv 0$ ), так і для нелінійних вібраційно-коливних систем. Суттєвою умовою є наявність періодичної зовнішньої сили, нелінійною по координаті збуджуваної системи.

У зв’язку з великим розмаїттям вібраційно-коливних і вібраційно-хвильових систем, що описуються рівнянням (1), у подальшому зупинимось на двох основних типах.

1. Маятник під неоднорідним впливом зовнішньої періодичної сили.

Рівняння, яке описує коливання маятника під впливом нелінійної по координаті сили, може бути записане у вигляді:

$$\ddot{x} + 2\delta_0\dot{x} + \omega_0^2 \sin x = \varepsilon(x)\cdot F_0 \sin(\nu t_r - \varphi), \tag{2}$$

де: $x$ − кут відхилення маятника від положення рівноваги, $F_0$ − амплітуда зовнішньої сили, $\nu$ − її частота, $\omega_0$ − резонансна частота малих вільних коливань системи, $\varphi$ − початкова фаза. Будемо вважати, що $\nu >> \omega_0$ й нелінійність по координаті виражається функцією

$$\varepsilon(x) = \begin{cases} 1, \text{ якщо } |x| \le d, \\ 0, \textit{ якщо } |x| > d, \end{cases}$$

де $d$ визначається границею області впливу зовнішньої сили на маятник, $d << 1$. (Для вібраційно-коливних й вібраційно-хвильових систем, що використовуються при формуванні (ущільненні) різноманітних будівельних/бетонних сумішей параметр $d$, по суті, визначає область (межі області), у якій діє на поверхню об’єкту ущільнення/формування вимушена сила (як для поверхневого, так і для об’ємного способів формування суміші)). Інакше кажучі, $d$ − це оцінка ролі (впливу) граничного прошарку, у якому себе повністю (суттєво) проявляє вимушена періодична сила, діюча ззовні на об’єкт свого впливу (будівельну/ бетонну суміш, наприклад).

Введемо безрозмірний час $t = \omega_0 t_r$, при цьому рівняння (2) приймає вигляд:

$$\ddot{x} + 2\delta\dot{x} + \sin x = \varepsilon(x)\cdot F \sin\left(\frac{\nu}{\omega_0}t - \varphi\right), 2\delta = 2\delta_0/\omega_0,\ F = F_0/\omega_0^2\,. \tag{3}$$

Для того, щоб провести інтегрування рівняння (3) відомими методами теорії нелінійних коливань, переходимо до нової змінної $y$ та нелінійного часу $\tau$. Таким чином виключаємо нелінійний член $\sin x$ у рівнянні (3). Перетворення змінних проводимо по схемі, запропонованій у [18], котра для розглядуваного випадку визначає:

$$y = \left(2\int_0^x \sin x dx\right)^{1/2} \cdot sign\, x = 2\sin\frac{x}{2}, \tag{4}$$

$$\frac{dt}{d\tau} = \frac{dx}{dy} = \frac{y}{\sin[x(y)]} = G(y). \tag{5}$$

Функції $x(y)$ та $G(y)$ у (5) неважко виразити із урахуванням (4) як:

$$x(y) = 2\arcsin\left(\frac{y}{2}\right),\ G(y) = \frac{1}{\left(1 - y^2/4\right)^{1/2}}. \tag{6}$$

Підставляючи (4) та (5) у (3), матимемо:

$$\frac{d^2 y}{d\tau^2} + y = \left\{-2\delta\frac{dy}{d\tau} + \varepsilon\left[x(y)\right]\cdot F\sin\left[\frac{\nu}{\omega_0}\cdot t(\tau) - \varphi\right]\right\}\cdot G(y). \tag{7}$$

Перехід до нових змінних призводить до того, що система стає близькою до лінійної консервативної, для котрої точка відображення на фазовій площині рухається по колу з постійною кутовою швидкістю. До такої системи можна застосовувати відомі аналітичні методи теорії нелінійних коливань. При цьому слід зазначити, що при запису у перетворених змінних усі якісні особливості вихідної системи зберігаються. Перетворення (4) та (5) правомірні при умові, що $G(0) = 1$ й $G(y) > 0$ для всіх значень $y$. Перша умова вочевидь виконується (див.(6)), друга у межах $-\pi < x < \pi$ чи $-2 < y < 2$. Подальший розгляд проведемо для цього діапазону значень змінної $y$. Фізично це означає, що початкові умови й зовнішній вплив забезпечують коливання маятника з кутом відхилення менше $\pm\pi$ від нижньої точки рівноваги.

Перш ніж інтегрувати рівняння (7) зазначимо, що розв’язок буде квазігармонічним з номінальною частотою $\omega_n = \nu/N$, де $N >> 1$ − ціле непарне число, причому $\omega_n \sim \omega_0$. Тому запишемо рівняння (7) у дещо видозміненій формі:

$$\frac{d^2 y}{d\tau^2} + \beta^2 y = \left\{-2\delta\cdot\frac{dy}{d\tau} + \varepsilon\left[x(y)\right]\cdot F\sin\left[\frac{\nu}{\omega_0}\cdot t(\tau) - \varphi\right]\right\}G(y) + \left(\beta^2 - 1\right)y, \tag{8}$$

де $\beta$ відображає розкид від резонансної частоти, у тому числі внаслідок неізо-хронності системи.

Розв’язок рівняння (8) приймаємо у вигляді:

$$y = R\cos\psi = R\cos(\beta\tau). \tag{9}$$

Залежність нормованого часу $t$ (від кута $\psi$) виражається згідно (5),(6), (9) як :

$$t = \frac{1}{\beta}\cdot\int_0^{\psi}\frac{d\psi}{\left[1 - \left(R^2/4\right)\cdot\cos^2\psi\right]^{1/2}}. \tag{10}$$

Період коливань у нормованому часі:

$$T_0 = \frac{1}{\beta}\cdot\int_0^{2\pi}\frac{d\psi}{\left[1 - \left(R^2/4\right)\cdot\cos^2\psi\right]^{1/2}} = \frac{4}{\beta}\cdot \mathrm{K}\left(\frac{R}{2}\right), \tag{11}$$

де: $\mathrm{K}\left(\dfrac{R}{2}\right)$ − повний еліптичний інтеграл першого роду.

Використовуючи (11), коефіцієнт $\beta$ визначаємо у вигляді:

$$\beta = \frac{2\nu \cdot \mathrm{K}\left(R/2\right)}{\pi\omega_0 N}. \tag{12}$$

Переходимо до розв'язку рівняння (8).

Скорочені диференціальні рівняння [1,2,18] встановлення амплітуди $R$ й фази $\psi$ розв'язку (9) запишемо як:

$$\frac{dR}{d\tau} = -\frac{1}{2\pi\beta} \cdot \int_0^{2\pi} L\left[R\cos\psi, -\beta R\sin\psi, e(\psi-\varphi)\right] \cdot \sin\psi d\psi, \tag{13}$$

$$\frac{d\psi}{d\tau} = -\frac{1}{2\pi\beta R} \cdot \int_0^{2\pi} L\left[R\cos\psi, -\beta R\sin\psi, e(\psi-\varphi)\right] \cdot \cos\psi d\psi, \tag{14}$$

де:

$$L\left[R\cos\psi, -\beta R\sin\psi, e(\psi-\varphi)\right] = 2\delta\beta\sin\psi +$$

$$+\varepsilon\left[x(R\cos\psi)\right] \cdot \frac{F}{\left[1-\left(R^2/4\right)\cos^2\psi\right]^{1/2}} \cdot \sin\left[\frac{\pi N}{2\mathrm{K}\left(R/2\right)} \cdot \int_0^{\psi} \frac{d\psi}{\left[1-\left(R^2/4\right)\cos^2\psi\right]^{1/2}} - \varphi\right] +$$

$$+\left(\beta^2-1\right) \cdot R\cos\psi. \tag{15}$$

Функцію $\varepsilon\left[x(R\cos\psi)\right]$ можемо подати у вигляді:

$$\varepsilon\left[x(R\cos\psi)\right] = \begin{cases} 1, \text{ якщо } |\psi| \le \theta_0, \\ 0, \text{ якщо } |\psi| > \theta_0, \end{cases} \tag{16}$$

де: $\theta_0 = \arccos\left(\dfrac{2}{R} \cdot \sin\dfrac{d}{2}\right)$.

Введемо наступні позначення:

$$\begin{Bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{Bmatrix} = \int_{z_0}^{\mathrm{K}(R/2)} \sin\left\{S\left[\mathrm{K}\left(R/2\right) - Z\right]\right\} \cdot \begin{Bmatrix} sn\,Z \\ cn\,Z \end{Bmatrix} dZ, \tag{17}$$

$$\begin{Bmatrix} I_3 \\ I_4 \end{Bmatrix} = \int_{z_0}^{\mathrm{K}(R/2)} \cos\left\{S\left[\mathrm{K}\left(R/2\right) - Z\right]\right\} \cdot \begin{Bmatrix} sn\,Z \\ cn\,Z \end{Bmatrix} dZ, \tag{18}$$

де: $Z = F(\alpha, R/2)$ й $Z_0 = F(\alpha_0, R/2)$ − неповні еліптичні інтеграли першого роду, $\alpha = \frac{\pi}{2} - \psi,\ \alpha_0 = \frac{\pi}{2} - \theta_0$, $snZ$ й $cnZ$ − синус й косинус амплітуди (еліптичні функції Якобі), $S = \frac{\pi N}{2\mathrm{K}(R/2)}$.

Із урахуванням (17) та (18) скорочені рівняння (13) й (14) приймают вигляд:

$$\frac{dR}{d\tau} = -\delta R - \frac{2}{\pi\beta} \cdot F \cdot \left(I_1 \cos\psi - I_3 \sin\psi\right), \tag{19}$$

$$\frac{d\psi}{d\tau} = -\frac{2}{\pi\beta R} \cdot F \cdot \left(I_2 \cos\psi - I_4 \sin\psi\right) - (\beta - 1). \tag{20}$$

Для стаціонарного режиму ( $\frac{dR}{d\tau} = 0$ й $\frac{d\psi}{d\tau} = 0$ ) з (19) і (20) матимемо наступні вирази для усталених амплітуди $R$ й фази $\psi$:

$$R = \frac{2F\left(I_1 I_4 - I_2 I_3\right)}{\pi\beta\delta \cdot \left[\left(\sigma I_1 - I_2\right)^2 + \left(\sigma I_3 - I_4\right)^2\right]^{1/2}}, \tag{21}$$

$$\psi = arctg\left\{\frac{\sigma I_1 - I_2}{\sigma I_3 - I_4}\right\}, \tag{22}$$

де: $\sigma = (\beta - 1)/\delta$.

Рівняння (19),(20) дозволяють досліджувати стійкість стаціонарних коливань, які визначаються співвідношеннями (21), (22). Якщо переписати рівняння (19) і (20) у вигляді:

$$\dot{R} = f(R, \psi),\ \dot{\psi} = g(R, \psi) \tag{23}$$

й позначити через $f_R, f_\psi$ та $g_R, g_\psi$ похідні $\frac{\partial f}{\partial R}, \frac{\partial f}{\partial \psi}$, а також $\frac{\partial g}{\partial R}, \frac{\partial g}{\partial \psi}$, узяті при постійних значеннях $R$ та $\psi$, які відповідають стаціонарному коливанню, тоді умова його стійкості може бути записана у вигляді:

$$\operatorname{Re} P_{1,2} < 0,\ P_{1,2} = \frac{f_R + g_\psi}{2} \pm \left[\left(\frac{f_R - g_\psi}{2}\right)^2 + f_\psi g_R\right]^{1/2}, \tag{24}$$

оскільки часова залежність малих відхилень $R$ та $\psi$ від стаціонарних значень визначається формулами: $\Delta R = A_1 \exp(P_1 t) + A_2 \exp(P_2 t)$, $\Delta\psi = B_1 \exp(P_1 t) + B_2 \exp(P_2 t)$, $A_1, A_2, B_1$ та $B_2$ − постійні.

На рис.1 наведена залежність стійких коренів рівняння (21) від амплітуди зовнішньої вимушеної сили $F$. (Чисельні розрахунки залежностей (21), (22) з використанням ПЕОМ виконані при наступних значеннях параметрів: $\delta = 0{,}01,\ \omega_0 = 3{,}14,\ N = 111,\ d = 0{,}02,\ F = \mathrm{var}\,y$ ).

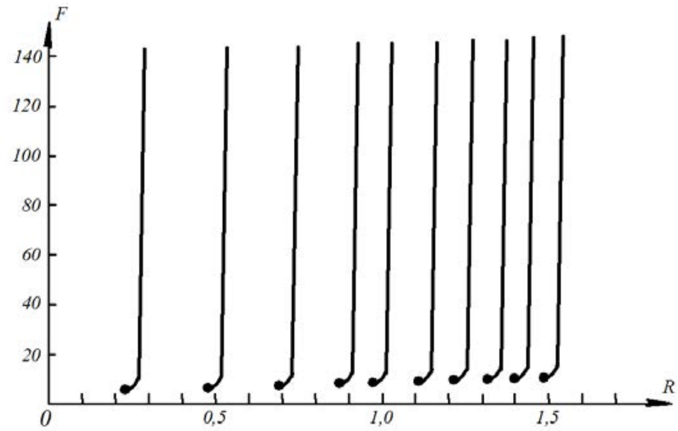


Рис.1.

Чітко видно характерні закономірності руху/коливань (вібро-) системи: а)при незмінному зовнішньому впливі здатність підтримувати стаціонарні коливання з можливим дискретним рядом стійких амплітуд; б) практична незалежність амплітуд стаціонарних коливань від змін амплітуди зовнішньої вимушеної сили у широких межах вище деякого порогового значення. Таким чином, у макросистемі (вібраційній системі на макромасштабному рівні) проявляє себе своєрідний ефект "квантованості"/"квантування" амплітуд. Реалізація тієї чи іншої амплітуди коливань з можливого дискретного ряду визначається початковими умовами. При цьому енергія подається порціями (квантами) ззовні таким чином, що стаціонарна амплітуда $R_n\,(n = 1,2,3,...)$ вібросистеми й енергія, яка поглинається вібросистемою, практично не залежать від зміни інтенсивності зовнішнього впливу.

Механізм встановлення й підтримки стаціонарних коливань пов'язаний із захопленням й адаптивним підлаштуванням фази $\psi$, яка визначає взаємодію й внесок енергії зовнішнього ВЧ-джерела у коливання, які збуджуються. Цей механізм ілюструють рис.2,3. На рис.2 наведені значення фази $\psi$ для стаціонарного ряду стійких амплітуд $R_1, R_2, R_3, ...$, розраховані за формулою (22) при незмінній амплітуді зовнішньої сили $F = 20$ . Кожній стаціонарній амплітуді, яка визначається початковими умовами, відповідає певна порція/квант енергії, яка вкладається ззовні, котра задається відповідною фазою $\psi$. Таким чином, дискретному ряду значень стаціонарних амплітуд $R_1, R_2, R_3, ...$ можна співставити строго фіксований дискретний ряд стаціонарних фаз

$\psi_1, \psi_2, \psi_3, \ldots$ для кожного значення амплітуди зовнішньої вимушеної сили $F = const$. При зміні $F$ коливання маятника (модель вібросистеми із зосередженими/дискретними параметрами) залишаються незмінними завдяки тій же процедурі адаптивного підлаштування фази $\psi$. Цей випадок ілюструється рис.3, де наведена залежність фази $\psi$ від амплітуди зовнішньої вимушеної сили $F$ за незмінних значень амплітуди усталених стаціонарних коливань $R = 0,756$.

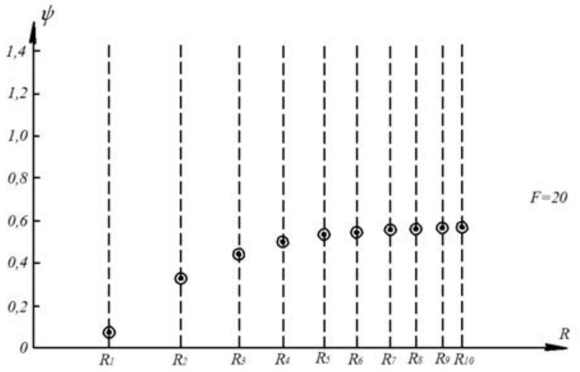


Рис.2.

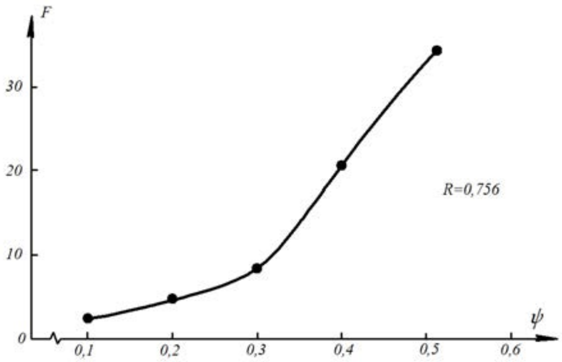


Рис.3.

2. Модель взаємодії осцилятора з хвилею.

Нехай нелінійний осцилятор представляє собою масу $m$ й має можливість коливатись вподовж осі $0x$ з малою силою тертя $2\delta_0\dot{x}$ (модель часточки бетонної/будівельної суміші). Нехай на масу $m$, яка коливається, діє хвиля (наприклад, поздовжнього типу), котра розповсюджується у напрямку осі $0x$. Припустимо, що ця хвиля має поздовжню складову зовнішнього вібраційного поля впливу $F_x$. Рівняння руху маси $m$, яка взаємодіє з цією поздовжньою (акустичного типу) хвилею, може бути подано у вигляді:

$$\ddot{x} + 2\delta_0\dot{x} + \omega_0^2 \sin x = P_0 \sin\left(\nu t_r - kx - \varphi\right), \tag{25}$$

де: $P_0 = \dfrac{F_x}{m}$, $k$ − хвильове число. Розглянемо випадок, коли $\nu >> \omega_0$.

Користуючись викладеною вище схемою, рівняння (25) у перетворених змінних $(y, \tau)$ запишем у вигляді:

$$\frac{d^2y}{d\tau^2} + \beta^2 y = \left\{-2\delta\frac{dy}{d\tau} + P\sin\left[\frac{\nu}{\omega_0}\cdot t(\tau) - k\dot{x}(y) - \varphi\right]\right\}\cdot G(y) + \left(\beta^2 - 1\right)\cdot y, \tag{26}$$

де: $P = \dfrac{P_0}{\omega_0^2}$; нові змінні $y$ та $\tau$, функції $x(y)$, $G(y)$ та $t(y)$ і величина $\beta$ визначаються відповідно до виразів (3), (4), (5), (9) та (12).

Вважаємо, що при збудженні коливань маси $m$ хвилею симетричність її рухів відносно положення рівноваги суттєво не порушується й координата маси $m$ змінюється за законом:

$$y = R\cos\psi = R\cos(\beta\tau) \tag{27}$$

Введемо наступні позначення:

$$\begin{Bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{Bmatrix} = \int_0^{K(R/2)} \sin(SZ)\cdot\cos\left[D(Z)\right]\cdot\begin{Bmatrix} sn\,Z \\ cn\,Z \end{Bmatrix} dZ, \tag{28}$$

$$\begin{Bmatrix} I_3 \\ I_4 \end{Bmatrix} = \int_0^{K(R/2)} \sin(SZ)\cdot\cos\left[D(Z)\right]\cdot\begin{Bmatrix} sn\,Z \\ cn\,Z \end{Bmatrix} dZ, \tag{29}$$

$$\begin{Bmatrix} I_5 \\ I_6 \end{Bmatrix} = \int_0^{K(R/2)} \sin(SZ)\cdot\cos\left[D(Z)\right]\cdot\begin{Bmatrix} sn\,Z \\ cn\,Z \end{Bmatrix} dZ, \tag{30}$$

$$\begin{Bmatrix} I_7 \\ I_8 \end{Bmatrix} = \int_0^{K(R/2)} \sin(SZ)\cdot\cos\left[D(Z)\right]\cdot\begin{Bmatrix} sn\,Z \\ cn\,Z \end{Bmatrix} dZ, \tag{31}$$

де $Z = F(\psi, R/2)$ − неповний еліптичний інтеграл першого роду, $D(Z) = 2k\cdot E\left[\arcsin\left(\frac{R}{2}cn\,Z\right), \frac{2}{R}\right]$, $E[.,.]$ − неповний еліптичний інтеграл другого роду.

Із урахуванням (28) – (31) й (26) записуємо скорочені рівняння встановлення амплітуди $R$ та фази $\psi$ у вигляді:

$$\frac{dR}{d\tau} = -\delta R - \frac{P}{2\pi\beta}\cdot\left[(I_1 - I_3)\cos\psi - (I_5 + I_7)\sin\psi\right], \tag{32}$$

$$\frac{d\psi}{d\tau} = -\frac{P}{2\pi\beta\cdot R}\cdot\left[(I_2 - I_4)\cos\psi - (I_6 + I_8)\sin\psi\right] - (\beta - 1). \tag{33}$$

Для стаціонарного режиму $\left(\frac{dR}{d\tau} = 0,\ \frac{d\psi}{d\tau} = 0\right)$ матимемо наступні вирази для усталених амплітуди $R$ й фази $\psi$:

$$R = \frac{P\cdot\left[(I_1 - I_3)\cdot(I_6 + I_8) - (I_2 - I_4)\cdot(I_5 + I_7)\right]}{2\pi\beta\cdot\delta\cdot\left\{\left[\sigma(I_1 - I_3) - (I_2 - I_4)\right]^2 + \left[\sigma(I_5 + I_7) - (I_6 + I_8)\right]^2\right\}^{1/2}}, \tag{34}$$

$$\psi = arctg\left\{\frac{\sigma(I_1 - I_3) - (I_2 - I_4)}{\sigma(I_5 + I_7) - (I_6 + I_8)}\right\}. \tag{35}$$

Аналіз виразів (34) й (35) показує їх якісну схожість з виразами (21) й (22). Для розглядуваного випадку також отримаємо залежності, якісно аналогічні показаним на рис.1-3.

Таким чином, характерні особливості дискретизації амплітуд і адаптивної стійкості стаціонарних динамічних станів мають місце і у випадку осцилятора під впливом падаючої хвилі (наприклад, на ущільнювану бетонну/будівельну суміш). Оскільки системи типу “осцилятор − хвиля” (їх можна, до речі, віднести до дискретно-континуальних (вібро-) систем) можуть мати найрізноманітнішу фізичну природу, тоді й закономірності, які спостерігаються, мають суттєво загальний/узагальнений характер. У той час, як у випадку маятника неоднорідність зовнішнього впливу створювалась спеціальним чином − шляхом обмеження дії/впливу невеличкою ділянкою траєкторії руху у (вібро-) системі, у розглядуваному випадку вплив хвилі на осцилятор ніяких спеціальних заходів щодо забезпечення неоднорідності взаємодії не вимагає!

**Висновки.**

Основні властивості, що характеризують механізм аргументного збудження незатухаючих коливань у вібросистемі, наступні.

1.Можливість ефективного поділу частоти з великою кратністю одноразового перетворення. Принципово нова можливість збудження коливань власної частоти під впливом зовнішньої ВЧ-сили на незбурені лінійні й консервативні лінійні й нелінійні коливні (вібро-) системи [11].

2.Збудження коливань квазівласної частоти системи з множиною дискретних стаціонарних амплітуд, залежних тільки від початкових умов, тобто дискретність процесів поглинання вібросистемою енергії зовнішнього ВЧ-джерела (зазвичай це джерело функціонує на лінійній частоті $f = 50$Гц й круговій − $\omega = 2\pi f = 314\,c^{-1}$).

3.Адаптивне саморегулювання внеску енергії у коливний процес, яке виражається у стабільній підтримці значень амплітуди й частоти коливань вібросистеми при значній зміні амплітуди зовнішнього впливу, добротності коливного ланцюга (навантаження) й інших зовнішніх впливах.

4.Наявність дискретного спектру частот вимушеної сили, здатних збуджувати коливання системи з близькими значеннями амплітуди й частоти [11,12].

<u>Фізична сутність механізму аргументного збудження коливань вібросистеми (для ущільнення/формування бетонних/будівельних сумішей)</u> полягає у тому, що в процесі впливу зовнішнього ВЧ-джерела на коливну систему внаслідок її зворотної дії виникає сила, модульована по частоті і фазі. Відомо, що частотно-фазова модуляція розглядається зазвичай поза зв'язком з її енергетичним трактуванням: для його отримання у радіотехнічних пристроях завжди застосовуються додаткові джерела енергії й спеціальні пристрої − модулятори. У випадку ж аргументних коливань принцип модуляції проявляється як механізм, що забезпечує взаємодію коливної/вібраційної системи із зовнішнім ВЧ-джерелом, причому адаптованість саморегулювання пов'язана також зі зміною значення основного аргументу системи − фази, яка визначає умови внеску чи відбору енергії. Зміна початкової фази у ту чи іншу сторону від її стаціонарного значення призводить до відповідної зміни внеску енергії зовнішнього джерела у коливний процес, за якого порція/квант енергії,

що компенсує дисипативні втрати енергії вібросистеми за кожний період її коливань, залишається у середньому незмінною.

Наявність таких незвичайних властивостей та закономірностей функціонування розглядуваного класу коливних/вібраційних систем з обмеженим числом степенів вільності руху дозволяє казати про наявність певних синергетичних принципів групування у стійки перетворення, притаманні найпростішим коливним системам та процесам [19]. У розглядуваному випадку система не просто отримує енергію від джерела у вимушеному режимі (тобто режимі, який нав’язує системі умови функціонування зовнішнього впливу), а починає сама впливати на джерело, змінює й прилаштовує виникаючу силу впливу під власний режим функціонування. Так, якщо б не було зворотного впливу на джерело, у випадку лінійної системи можна було б збуджувати вимушені коливання тільки на частоті зовнішньої сили. Але аргументний спосіб внеску енергії дозволяє збуджувати у лінійних системах незатухаючі коливання на власній частоті.

Розглянутий механізм аргументного збудження періодичних рухів може бути основою для виділення нового класу коливних процесів та вібросистем. Якщо розглянути формально-математично рівняння (1), тоді може показатись, що мова йде про нелінійно-параметричний клас коливних процесів і систем. Строгий аналіз, однак, вказує на суттєві відмінності між класичними параметричними явищами й аргументним методом збудження незатухаючих коливань, котрі можна узагальнити наступним чином.

1.При параметричних явищах зовнішня сила періодично змінює енергомісткий параметр коливної/вібраційної системи, наприклад, у випадку маятника сила діє перпендикулярно напрямку руху, скорочуючи періодично довжину маятника чи змінюючи періодично його ефективну масу. При аргументному ж збудженні сила діє у напрямку руху маятника.

2.Для реалізації параметричного збудження необхідна частота накачки $P = 2\omega/n,\ n = 1,2,3,4,...,$ у той час як при аргументному збудженні частота зовнішнього впливу $\nu = n\omega,\ n = 1,3,5,7,...,$ у випадку еквівалентної парної нелінійності й $n = 2,4,6,...,$ у випадку еквівалентної непарної; $\omega$ − частота збуджуваних коливань.

3.Для випадку параметричного збудження відношення $2\omega/P$ не є жорстко фіксованим, існують певні частотні області збудження. Аргументний метод внесення енергії передбачає строго фіксоване відношення $\nu/\omega$.

4.Параметричні коливання збуджуються за нульових початкових умов, тобто коливання виникають зі стану спокою. Аргументний механізм внесення енергії проявляє себе за ненульових початкових умов, оскільки у його основі лежить взаємодія між коливаннями системи й ВЧ-джерелом енергії.

Дослідження коливань лінійних чи нелінійних аргументних вібросистем у випадку нульового чи від'ємного коефіцієнту сили тертя у коливній/вібраційній системі показують, що фаза приймає таке значення, при якому енергія внеску повністю компенсується гальмуванням у зоні впливу, тому сумарний внесок енергії зовнішнього джерела (у вібросистему) дорівнює відповідно нулю чи від'ємний [11].

Аргументний спосіб внесення енергії у вібросистему може знайти застосування при вирішенні важливих практичних проблем створення нових високоефективних способів, пристроїв і технологій збудження й підтримки незатухаючих коливань та перетворення енергії у сучасних вібраційних системах/машинах для ущільнення/формування бетонних/будівельних сумішей.

## СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ


1. Андронов А.А., Витт А.А., Хайкин С.Э. Теория колебаний. М.: Наука, 1981.

2. Мигулин В.В., Медведев В.И., Мустель Е.Р., Парыгин В.Н. Основы теории колебаний. М.: Наука, 1988.

3. Пеннер Д.И., Дубошинский Я.Б., Дубошинский Д.Б., Козаков М.И. ДАН СССР. Сер. Математика, физика. 1972. Т. 204, №5. С. 1065.

4. Карасев М.Д. Вестник Моск. ун-та. Сер. физ.-астрон. 1974. Т. 15, №3. С. 365.

5. Ганиев Р.Ф., Украинский Л.Е. Динамика частиц при воздействии вибраций. Киев: Наукова думка, 1975.

6. Вайнштейн Л.А., Дубошинский Я.Б. Журнал технической физики. 1978. Т. 48, вып.7. С. 1321.

7. Балакин Л.В., Карасев М.Д., Медведев В.И. Вестник Моск. ун-та. Сер. физ.-астрон. 1981. Т. 22, №3. С.3.

8. Дубошинский Д.Б., Дубошинский Я.Б. ДАН СССР. 1982. Т. 265, №3. С. 605.

9. Вайнштейн Л.А., Вакман Д.Е. Разделение частот в теории колебаний и волн. М.: Наука, 1983.

10. Дамгов В.Н., Дубошинский Д.Б., Дубошинский Я.Б. Доклады БАН. 1986. Т. 39, №9. С. 47.

11. Дамгов В.Н., Дубошинский Д.Б., Дубошинский Я.Б. Доклады БАН. 1986. Т. 39, №10. С. 63.

12. . Дамгов В.Н., Дубошинский Д.Б., Дубошинский Я.Б. Доклады БАН. 1987. Т. 40, №4. С. 57.

13. Бунин Ф.В., Вощинский Ю.А., Кравцов Ю.А. и др. Журнал технической физики. 1988. Т. 58, вып. 11. С. 2241.

14. Ланда П.С., Дубошинский Я.Б. Успехи физических наук. 1989. Т. 158, вып. 4. С. 729.

15. Брагинский В.Б., Манукин А.Б. Измерение малых сил в физических экспериментах. М.: Наука, 1974.

16. Брук Г. Циклические ускорители заряженных частиц. М.: Атомиздат, 1970.

17. Белокопытов Г.В., Иванов И.В., Чистяев В.А. Журнал технической физики. 1988. Т. 58, вып. 7. С. 1381.

18. Самойло К.А. Метод численного анализа колебательных систем второго порядка. М.: Советское радио, 1976.

19. Хакен Г. Синергетика. М.: Мир, 1985.

Ph.D., Associate Professor **Chovnyuk Yurii**,
Associate Professor **Cherednichenko Petro**,
Ph.D., Associate Professor **Kravchyuk Volodymyr**,
Ph.D, Associate Professor **Ostapushchenko Olga, Kravchenko Igor,**
Kyiv National University of Construction and Architecture

## CHARACTERISTIC PATTERNS OF UNDAMPED OSCILLATIONS EXITATION WITH ADAPTIVE PHASE ADJUSTMENT ANALYSIS IN LINEAR/NON-LINEAR VIBRATION SYSTEMS

The analysis of undamped oscillations with a discrete number of possible stable amplitudes excitation mechanism as a result of an external periodic force influence, nonlinear in the motion coordinate of the exciting (linear/non-linear) vibration-oscillatory system is given.

Characteristic phenomenon regularities are studied on two general models basis: a) the pendulum is under the external periodic force inhomogeneous in the coordinate influence; b) oscillator under the incident wave influence. It is shown that the phenomenon’s mechanism is related to phase capture and adaptive phase adjustment, which provides the necessary energy contribution to the vibrational process in this vibrating system.

Key words: undamped oscillations, adaptive adjustment, argument principle, linear and non-linear vibration-oscillation systems, pendulum model, oscillator.

## REFERENCES

1. Andronov A.A., Vytt A.A., Khaikyn S.Э. Teoryia kolebanyi. M.: Nauka, 1981. {in Russian}

2. Myhulyn V.V., Medvedev V.Y., Mustel E.R., Parыhyn V.N. Osnovы teoryy kolebanyi. M.: Nauka, 1988. {in Russian}

3. Penner D.Y., Duboshynskyi Ya.B., Duboshynskyi D.B., Kozakov M.Y. DAN SSSR. Ser. Matematyka, fyzyka. 1972. T. 204, №5. S. 1065. {in Russian}

4. Karasev M.D. Vestnyk Mosk. un-ta. Ser. fyz.-astron. 1974. T. 15, №3. S. 365. {in Russian}

5. Hanyev R.F., Ukraynskyi L.E. Dynamyka chastyts pry vozdeistvyy vybratsyi. Kyev: Naukova dumka, 1975. {in Russian}

6. Vainshtein L.A., Duboshynskyi Ya.B. Zhurnal tekhnycheskoi fyzyky. 1978. T. 48, vыр.7. S. 1321. {in Russian}

7. Balakyn L.V., Karasev M.D., Medvedev V.Y. Vestnyk Mosk. un-ta. Ser. fyz.-astron. 1981. T. 22, №3. S.3. {in Russian}

8. Duboshynskyi D.B., Duboshynskyi Ya.B. DAN SSSR. 1982. T. 265, №3. S. 605. {in Russian}

9. Vainshtein L.A., Vakman D.E. Razdelenye chastot v teoryy kolebanyi y voln. M.: Nauka, 1983. {in Russian}

10. Damhov V.N., Duboshynskyi D.B., Duboshynskyi Ya.B. Dokladы BAN. 1986. T. 39, №9. S. 47. {in Russian}

11. Damhov V.N., Duboshynskyi D.B., Duboshynskyi Ya.B. Dokladы BAN. 1986. T. 39, №10. S. 63. {in Russian}

12. . Damhov V.N., Duboshynskyi D.B., Duboshynskyi Ya.B. Dokladы BAN. 1987. T. 40, №4. S. 57. {in Russian}

13. Bunyn F.V., Voshchynskyi Yu.A., Kravtsov Yu.A. y dr. Zhurnal tekhnycheskoi fyzyky. 1988. T. 58, vыр. 11. S. 2241. {in Russian}

14. Landa P.S., Duboshynskyi Ya.B. Uspekhy fyzycheskykh nauk. 1989. T. 158, vыр. 4. S. 729. {in Russian}

15. Brahynskyi V.B., Manukyn A.B. Yzmerenye malыkh syl v fyzycheskykh эksperymentakh. M.: Nauka, 1974. {in Russian}

16. Bruk H. Tsyklycheskye uskorytely zariazhennыkh chastyts. M.: Atomyzdat, 1970. {in Russian}

17. Belokopыtov H.V., Yvanov Y.V., Chystiaev V.A. Zhurnal tekhnycheskoi fyzyky. 1988. T. 58, vыр. 7. S. 1381. {in Russian}

18. Samoilo K.A. Metod chyslennoho analyza kolebatelnыkh system vtoroho poriadka. M.: Sovetskoe radyo, 1976. {in Russian}

19. Khaken H. Synerhetyka. M.: Myr, 1985. {in Russian}