

DOI: 10.32347/2786-7269.2023.4.120-133

УДК 621.873.01

к.т.н., доцент **Човнюк Ю.В.**,
yuchovnyuk@ukr.net, ORCID: 0000-0002-0608-0203,
доцент **Чередніченко П.П.**, petro_che@ukr.net, ORCID: 000-0001-7161-661X,
к.т.н., доцент **Остапущенко О.П.**,
olga_ost_17@ukr.net, ORCID: 0000-0001-8114-349X,
Кравченко І.М., kim-ua@i.ua, ORCID: 0000-0001-7077-1546,
Київський Національний університет будівництва і архітектури

АНАЛІТИЧНИЙ ПІДХІД У АНАЛІЗІ ТА ОПТИМІЗАЦІЇ ДИНАМІЧНИХ НАВАНТАЖЕНЬ КРАНІВ ПРИ ЇХ ПУСКУ: РОЗГОЙДУВАННЯ ВАНТАЖУ

При роботі кранів спостерігаються маятникові коливання вантажу, котрі викликають нерівномірний рух кранів чи вантажних візків, додаткові навантаження на силові елементи кранів створюють незручності при їх експлуатації, що необхідно враховувати при уточнених розрахунках кранів.

У мостових, козлових і деяких інших кранів стандартних параметрів, які переміщуються по рейковому шляху, частота маятникових коливань вантажу відносно крану суттєво нижча частоти пружних коливань кранової металоконструкції та трансмісії механізму пересування. Тому маятникові коливання вантажу можна вважати практично незалежними від пружних коливань крану й при їх розрахунку металоконструкцію та трансмісію механізму пересування можна приймати абсолютно жорсткими. У роботі для визначення динамічних навантажень, діючих на металоконструкцію та трансмісію механізму пересування, закон зміни горизонтальної складової натягу канатів, виникаючого у результаті маятникових коливань вантажу, заданий у вигляді відомої функції часу, яка визначена за схемою абсолютно жорсткого крану. Цей підхід дозволяє знизити порядок рівнянь руху кранової динамічної системи на дві одиниці. У відповідності з викладеним вище розрахунок маятникових коливань вантажу на канатах можна проводити за найпростішою двомасовою схемою. Саме такий підхід реалізований у даному дослідженні. Визначені аналітичним способом умови і рівняння руху системи “вантажний візок – вантаж на канаті”, за яких динамічні навантаження у канаті/пружному елементі мають найменші (мінімальні) значення при режимі пуску крана мостового типу.

Ключові слова: аналіз; оптимізація (мінімізація); динамічні навантаження; мостові крани; пуск; розгойдування вантажу; маятникові коливання.

Постановка проблеми. При роботі вантажопідійомних кранів різних типів (мостові, козлові та ін) спостерігаються маятникові коливання вантажу. Зокрема, при пуску та гальмуванні кранів виникає розгойдування вантажу на канаті, котре призводить до виникнення динамічних навантажень у кранах, працюючих у перехідних режимах. Такі явища викликають нерівномірний рух кранів чи вантажних візків, додаткові навантаження на силові елементи кранів, створюють різноманітні незручності при їх експлуатації, що необхідно обов'язково (!) враховувати при уточнених розрахунках кранів.

У мостових, козлових та деяких інших кранах стандартних параметрів, які переміщуються вповодж рейкового шляху, частота маятникових коливань вантажу відносно крана суттєво нижче частоти пружних коливань кранової металоконструкції й трансмісії механізму пересування. Навіть за малої довжини вуска канатів (не більше 3 м) частота маятникових коливань вантажу не перевищує (2...2,6) рад/с, у той же час частота пружних коливань кранів у кілька разів, а то й у десятки разів вище.

Відповідно, маятникові коливання вантажу можна вважати практично незалежними від пружних коливань крану й при їх розрахунку металоконструкцію й трансмісію механізму пересування можна приймати абсолютно жорсткими. При визначенні динамічних навантажень, діючих на металоконструкцію та трансмісію механізму пересування, закон зміни горизонтальної складової натягу канатів, який виникає у результаті маятникових коливань вантажу, можна задати у вигляді відомої функції часу, визначеної за схемою абсолютно жорсткого крану. Цей прийом дозволяє знизити порядок рівнянь руху кранової динамічної системи на дві одиниці [1].

Відповідно до викладеного вище розрахунок маятникових коливань вантажу на канатах слід вести за найпростішою схемою двомасової системи [2], яка дозволяє встановити оптимальні режими пуску кранової системи, за яких динамічні навантаження у пружному елементі (канаті) набувають мінімальних значень, а коливний процес зникає.

Аналіз публікацій по темі дослідження. В умовах триваючої в Україні війни з РФ економічний й соціальний розвиток нашої держави після перемоги над ворогом повинен спиратись на вирішення задач щодо зниження металомісткості машин (питомі характеристики) й обладнання та їх питомої енергоємності задля швидкого відновлення народного господарства. Одним зі шляхів вирішення цієї проблеми є створення досконалих методів розрахунку машин на основі теорії, котра відображає закономірності їх роботи.

Зазвичай у теорії вантажопідйомних кранів [3-10] розглядаються питання динамічного навантаження елементів металоконструкцій й механізмів у періоди їх нестационарного руху (при пуску, гальмуванні, наїзді крана на упори і т.п.). Визначені динамічні навантаження у сполученні зі статичними використовують для розрахунку силових елементів кранів по першій групі граничних станів (втрати несучої здатності елементів кранів за міцністю або втрати стійкості при однократній дії найближчих навантажень, а також за втратою несучої здатності елементів кранів внаслідок руйнування від втоми при багатократній дії навантажень за розрахунковий строк служби).

Зараз дослідженню динамічних режимів кранових систем, методам їх динамічного розрахунку (вдосконаленню цих методів, зокрема) присвячена велика кількість статей, що свідчить про значущість й актуальність цієї теми. Однак більшість робіт мають невеликий обсяг, відрізняються фрагментарністю й неповнотою викладення питання, у них міститься мало експериментальних даних, які свідчать про достовірність результатів розрахунку, й мало чисельних прикладів.

У даному дослідженні автори на основі цитованих вище робіт [2-10] намагалися систематизувати й досить детально розглянути питання розрахунку динамічних процесів у кранах, визначення параметрів оптимальних режимів руху, за яких динамічні навантаження на пружні елементи кранових систем (тобто на канати) досягають мінімальних величин, а коливні процеси у вказаних системах зникають [11-18].

Мета роботи полягає в обґрунтуванні режимів руху систем “вантажний візок – канат – вантаж”, що моделюють функціонування й динаміку мостових кранів у період їх пуску, визначенні параметрів цих режимів, за яких у пружних елементах системи (у канатах) у перехідних режимах роботи крану виникають оптимальні (мінімальні) динамічні навантаження, а також умови, при яких ці режими можливі (існують).

Виклад основного змісту дослідження.

Аналіз динамічних навантажень кранів мостового типу при їх пуску: розгойдування вантажу на канаті.

1. Розглянемо найпростішу схему двомасової системи (рис.1) автора [2], де: m_1 – маса крану чи вантажного візка, приведена до поступального переміщення крану чи візка; m_2 – маса вантажу; $G = m_2 g$ – вага вантажу ($g = 9,81 \text{ м/с}^2$); P – сумарне тягове/гальмівне зусилля приводних коліс крану чи візка; W – сила опору пересуванню крана чи візка; x_1 та x_2 – горизонтальне переміщення мас m_1 та m_2 ; S – сумарний натяг канатів; φ – кут відхилення канатів від вертикалі; T – горизонтальна складова зусилля у канатах; H – довжина виска канатів.

Оскільки максимальні відхилення канатів від вертикалі не перевищують $(10...12)^\circ$, приймаємо $\sin \varphi \approx \varphi$, $\cos \varphi \approx 1,0$. Із урахуванням цього припущення: $x_2 = x_1 + H\varphi$, $S \approx m_2g$, а горизонтальна складова натягу канатів:

$$T \cos \varphi \approx T = \frac{m_2g}{H} (x_1 - x_2), \tag{1}$$

де: g – прискорення вільного падіння.

Рівняння руху крана має вид:

$$m_1 \ddot{x}_1 + \frac{m_2g}{H} \cdot (x_1 - x_2) = P - W, \tag{2}$$

а рівняння руху вантажу у горизонтальному напрямку:

$$m_2 \ddot{x}_2 + \frac{m_2g}{H} \cdot (x_2 - x_1) = 0. \tag{3}$$

Розглянемо приведену динамічну систему (рис.2), у котрій маса m_2 ковзає вдовж опорної поверхні без тертя. Рух цієї системи описується рівняннями:

$$\begin{cases} m_1 \ddot{x}_1 + C(x_1 - x_2) = P - W; \\ m_2 \ddot{x}_2 + C(x_2 - x_1) = 0. \end{cases} \tag{4}$$

Порівнюючи систему (4) з системою рівнянь (2) й (3), помітимо, що обидві системи ідентичні, якщо прийняти $C = m_2g/H$.

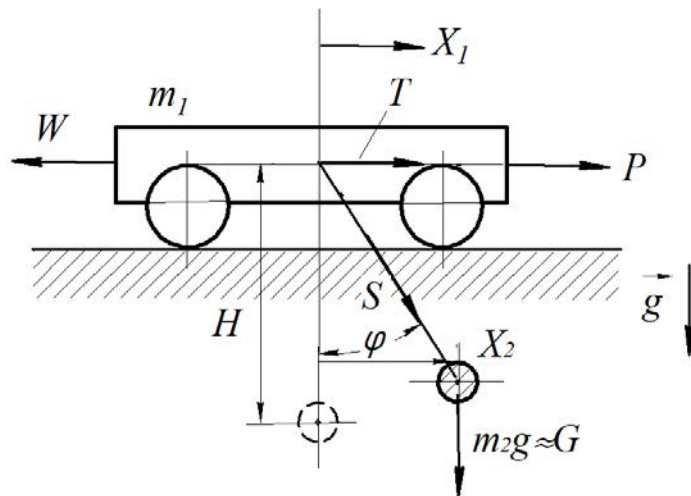


Рис.1. Розрахункова схема маятникових коливань вантажу [2].

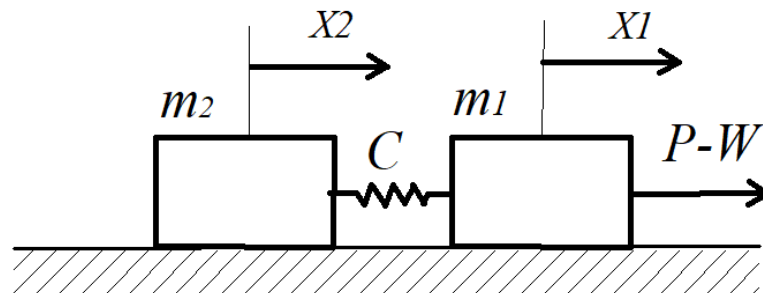


Рис.2. Аналогова схема маятникових коливань вантажу [2].

Звідти випливає, що динамічний вплив вантажу, який коливається, на кран (чи візок) аналогічний впливу вантажу, прикріпленому за допомогою пружини із жорсткістю, чисельно рівною G/H . Ця аналогія дозволяє авторів [2] наочно оцінити вплив вантажу, що розгойдується, на рух крану. Коли $x_2 > x_1$, вантаж, який відхиляється, збільшує сили опору пересуванню крана. Коефіцієнт $C = G/H$ можна, у зв'язку з цим, інтерпретувати (називати) аналогом коефіцієнту поперечної жорсткості канатів.

У подальшому будемо розглядати рух крану із гнучко підвішеним вантажем у період його розгону. Як стверджує автор [2], період маятникових коливань вантажу більше або одного порядку із часом/тривалістю процесу розгону/пуску крана, тому при розв'язуванні системи (4) можна прийняти, що рушійне зусилля приводного двигуна механізму пересування постійне і дорівнює середньопусковому значенню. Тоді систему (4) можна звести до одного рівняння другого порядку відносно різниці переміщень мас $\xi = x_1 - x_2$:

$$\ddot{\xi} + \omega^2 \xi = (P - W)/m_1, \quad (5)$$

де: ξ – горизонтальне переміщення вантажу відносно рухливої точки підвісу:

$$\omega = \sqrt{\frac{(m_1 + m_2)g}{m_1 H}} \quad (6)$$

частота власних маятникових коливань вантажу відносно крану у період розгону.

Розв'язок рівняння (5), отриманий у [2], можна подати наступним чином:

$$\xi = A \cdot (1 - \cos \omega t) = 2A \cdot \sin^2 \left(\frac{\omega t}{2} \right), \quad (7)$$

де: $A = (P - W) \cdot H / [g \cdot (m_1 + m_2)]$ – амплітуда відносних коливань вантажу.

Згідно з (7) горизонтальна складова натягу канатів, діюча на кран, має вид:

$$T = -T_A \cdot \sin^2 \left(\frac{\omega t}{2} \right), \quad (8)$$

де: $T_A = 2A \cdot C$ – амплітудне значення зусилля T . Зусилля T змінюється від $T_{\min} = 0$ до $T_{\max} = |-T_A| = T_A$, крім того $T \leq 0$. Це означає, що у розглядуваному випадку воно спрямоване у ту ж сторону, що й сила опору W . Графік залежності $T(t)$ поданий на рис.3. Максимальних значень (по модулю) зусилля T досягає у момент часу t^* , котрі знаходимо зі співвідношення:

$$\frac{\omega t^*}{2} = \frac{\pi}{2} \cdot (2n_1 - 1); \quad n_1 = 1, 2, 3, \dots; \quad (n_1 \in N). \quad (9)$$

Якщо тривалість процесу розгону ($t_{\text{розг.}}$) кранової системи задовольняє співвідношенню:

$$\frac{\pi}{\omega} \leq t_{\text{розг.}} < \frac{\pi}{\omega} \cdot 3, \quad (10)$$

тоді хоча б (принаймні) один раз за тривалість періоду/процесу розгону T проходить своє максимальне (по модулю) значення T_A .

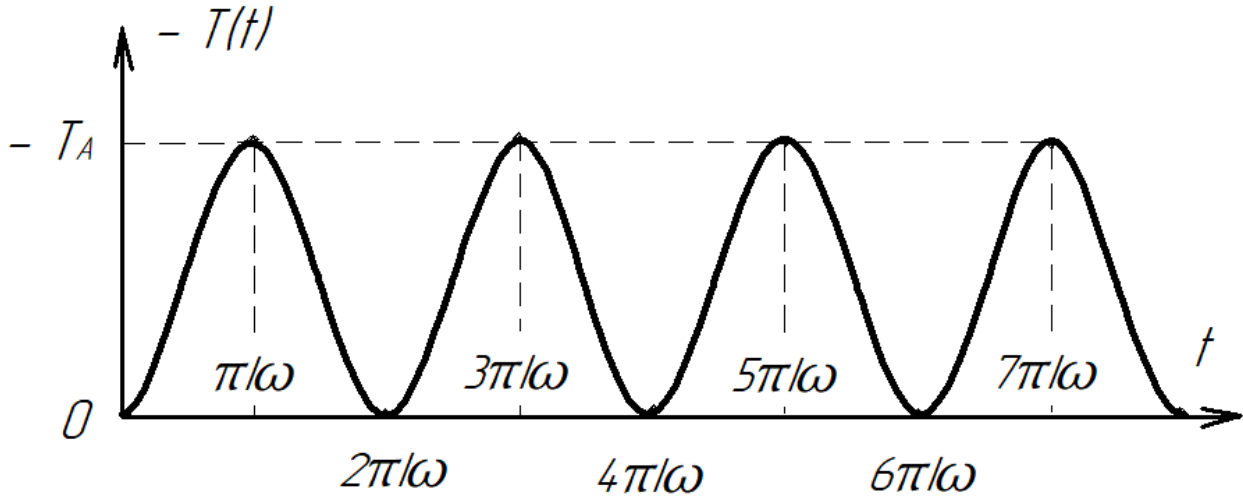


Рис.3. Залежність горизонтальної складової натягу канатів, діючих на кран, від часу ($T(t)$).

У точках, де значення $T(t)$ набуває мінімальної (по модулю) величини, t^{**} , визначається зі співвідношення:

$$\frac{\omega t^{**}}{2} = \pi n_2; \quad n_2 = 1, 2, 3, \dots; \quad (n_2 \in N). \quad (11)$$

Слід зазначити, що розв'язок $\xi(t)$ (7) рівняння (5) (і, відповідно, залежність $T(t)$ (8)) отриманий за нульових початкових умов, тобто:

$$\xi|_{t=0} = \dot{\xi}|_{t=0} = 0. \quad (12)$$

У розглянутому вище наближенні ($\sin \varphi \approx \varphi$, $\cos \varphi \approx 1, 0$) сумарне зусилля натягу канатів S не залежить від часу (t):

$$S = \frac{T}{\varphi} = \frac{m_2 g [(x_2 - x_1)/H]}{[(x_2 - x_1)/H]} = m_2 g. \quad (13)$$

Більш точні вирази для S та T (не у наближенні $0 < \varphi \ll 1$) можна знайти, розглянувши “силовий” (рис.4) та “геометричний” (рис.5) трикутники задачі. (По суті, спочатку, через елементарні тригонометричні функції, знаходимо вирази для S та T через $m_2 g$, $(x_2 - x_1)$, H , а потім розкладаємо ці тригонометричні функції в ряд і використовуємо наближення $0 < \varphi \ll 1$).

З “силового” трикутника задачі (рис.4) маємо ($0 < \varphi \ll 1$):

$$\begin{cases} \frac{T}{m_2 g} = \operatorname{tg} \varphi; \quad S = \frac{T}{\sin \varphi} = \frac{m_2 g \cdot \operatorname{tg} \varphi}{\sin \varphi} = \frac{m_2 g}{\cos \varphi} = \\ = S = \frac{m_2 g}{\sqrt{1 - \sin^2 \varphi}} \approx m_2 g \cdot \left(1 + \frac{1}{2} \sin^2 \varphi\right) \approx m_2 g \left\{1 + \frac{\varphi^2}{2}\right\}. \end{cases} \quad (14)$$

З “геометричних” трикутників задачі (рис.5) маємо ($0 < \varphi \ll 1$):

$$\frac{x_2 - x_1}{H} = \sin \varphi \approx \varphi. \tag{15}$$

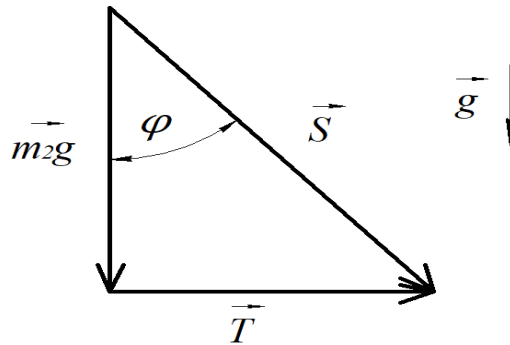


Рис.4. “Силовий” трикутник задачі.

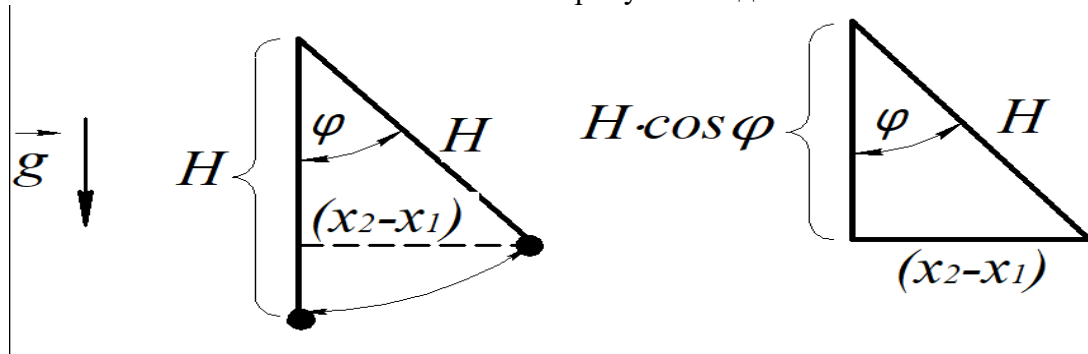


Рис.5. “Геометричні” трикутники задачі.

Оскільки $\xi = (x_1 - x_2)$, тоді, підставляючи (15) у (14) для виразу $S(\varphi)$, матимемо:

$$\begin{aligned} S &\approx m_2 g \cdot \left\{ 1 + \frac{\varphi^2}{2} \right\} = m_2 g \cdot \left\{ 1 + \frac{1}{2} \cdot \frac{(x_2 - x_1)^2}{H^2} \right\} = m_2 g \cdot \left\{ 1 + \frac{1}{2H^2} \cdot \xi(t)^2 \right\} = \\ &= m_2 g \cdot \left\{ 1 + \frac{1}{2H^2} \cdot 4A^2 \cdot \sin^4\left(\frac{\omega t}{2}\right) \right\} = m_2 g \cdot \left\{ 1 + 2 \cdot \frac{A^2}{H^2} \cdot \sin^4\left(\frac{\omega t}{2}\right) \right\}. \end{aligned} \tag{16}$$

Графік залежності $S(t)$ згідно (16) наведений на рис.6.

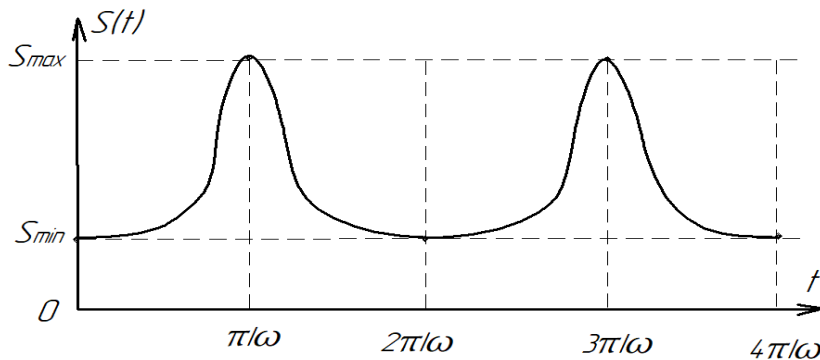


Рис.6. Залежність сумарного зусилля натягу канатів S від часу t .

На рис.6 введені наступні позначення:

$$S_{\min} = m_2 g; \quad S_{\max} = m_2 g \cdot \left\{ 1 + 2 \cdot \frac{A^2}{H^2} \right\}. \quad (17)$$

Отже, зусилля T змінюється (по модулю) від $T_{\min} = 0$ до $T_{\max} = +T_A = 2A \cdot C$, а сумарне зусилля натягу канатів S змінюється від $S_{\min} = m_2 g$ до $S_{\max} = m_2 g \cdot \left\{ 1 + 2 \cdot \frac{A^2}{H^2} \right\}$. Оскільки $T \leq 0$ і ніколи у режимі пуску крана $t \in [0; t_{\text{розг.}}]$ не стає додатнім, тоді це означає, що у розглядуваному випадку таке зусилля (T) спрямоване у ту ж сторону, що й сила опору W . Зусилля (сумарне) натягу канатів S періодично змінюється (з періодом $T = 2\pi/\omega$) від S_{\min} до S_{\max} . Остання обставина “примушує” канати періодично змінювати свою довжину H (при $S_{\min} \rightarrow H = H_{\min}$, а при $S_{\max} \rightarrow H = H_{\max}$), тобто, якщо не нехтувати процесами деформації всередині тіла канату, у останньому, в процесі розгону кранової системи, виникають періодичні зміни його довжини, котрі у кінцевому випадку призведуть до виникнення у цьому пружному елементі (ланці) параметричних коливань частоти ω . Зрозуміло, що це може призвести до надмірних напружень канату, а також й до аварійної ситуації – його розриву. Щоб запобігти таким негативним процесам, котрі можуть виникати у пружних елементах кранової системи, варто встановити умови та параметри таких режимів руху системи, за яких коливання зведені до нуля, а напруження при пуску мінімальні й описуються гладкою функцією часу t .

Для вирішення такої задачі слід спочатку ввести критерій якості руху даної системи, за якого під час пуску крана мінімізуються зусилля, що виникають у його пружних елементах:

$$I = \left\{ \frac{1}{t_{\text{розг.}}} \cdot \int_0^{t_{\text{розг.}}} [C \cdot \xi(t)]^2 dt \right\}^{1/2} \Rightarrow \min. \quad (18)$$

Якщо вираз для $\xi(t)$ знайти, користуючись рівнянням руху системи (5), тоді матимемо:

$$I = \left\{ \frac{1}{t_{\text{позг.}}} \cdot \int_0^{t_{\text{позг.}}} \left[C^2 \cdot \left(\frac{1}{\omega^2} \right)^2 \cdot \left(\frac{P-W}{m_1} - \ddot{\xi}(t) \right)^2 \right] dt \right\}^{1/2} \Rightarrow \min. \quad (19)$$

Подібний критерій для задач даного класу використовується у роботі [11].

Необхідною умовою реалізації критерію (19) є диференціальне рівняння

Ейлера-Пуассона: $\xi^{(IV)}(t) = 0. \quad (20)$

Будемо розшукувати розв'язок рівняння (20) у вигляді кубічного сплайну по t , а саме: $\xi(t) = a_0 + a_1 t + a_2 t^2 + a_3 t^3. \quad (21)$

Невизначені константи a_0, a_1, a_2, a_3 знаходимо з наступних граничних/початкових (термінальних) умов задачі:

$$\xi|_{t=0} = 0; \dot{\xi}|_{t=0} = 0; \ddot{\xi}|_{t=0} = \frac{(P-W)}{m_1}; \dot{\xi}|_{t=t_{\text{позг.}}} = 0. \quad (22)$$

Для невизначених коефіцієнтів a_0, a_1, a_2, a_3 з (21), (22) маємо:

$$a_0 = 0; a_1 = 0; 2a_2 = \frac{(P-W)}{m_1}; 2a_2 \cdot t_{\text{позг.}} + 3a_3 \cdot t_{\text{позг.}}^2 = 0. \quad (23)$$

Отже, виходячи з (23), остаточно маємо:

$$a_0 = 0; a_1 = 0; a_2 = \frac{(P-W)}{2m_1}; a_3 = -\frac{(P-W)}{3m_1 \cdot t_{\text{позг.}}}. \quad (24)$$

З (24) можемо отримати залежність $\xi(t)$ по (21):

$$\xi(t) = \frac{(P-W)}{2m_1} \cdot t^2 - \frac{(P-W)}{3m_1 \cdot t_{\text{позг.}}} \cdot t^3 = \frac{(P-W)}{m_1} \cdot \left\{ \frac{t^2}{2} - \frac{t^3}{3 \cdot t_{\text{позг.}}} \right\}. \quad (25)$$

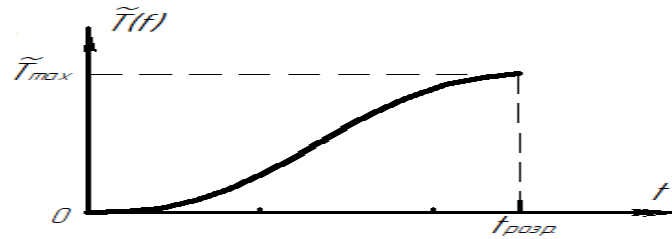
Отже, динамічний вплив вантажу на кран (або візок) буде мінімальним по величині (при відсутності коливань вантажу), якщо $\xi(t)$ змінюється за законом (25). Величина пружної сили, яка справляє мінімальний (по своїй величині) вплив на кран, знаходиться зі співвідношення:

$$\tilde{T} = C \cdot \xi(t) = C \cdot \frac{(P-W)}{m_1} \cdot \left\{ \frac{t^2}{2} - \frac{t^3}{3 \cdot t_{\text{позг.}}} \right\}. \quad (26)$$

Графік залежності $\tilde{T}(t)$ наведений на рис.7.

На рис.7 введене позначення:

$$\tilde{T}_{\text{max}} = C \cdot \frac{(P-W)}{m_1} \cdot \frac{1}{6} \cdot t_{\text{позг.}}^2. \quad (27)$$

Рис.7. Залежність $\tilde{T}(t)$.

Щоб з'ясувати степiнь впливу розгойдування вантажу при $\xi(t)$ за законом (7) та при режимi пуску крана за відсутності коливань/розгойдувань вантажу на канатi треба визначити коефіцієнт μ :

$$\mu = \frac{|T(t)| \text{ за законом (8)}}{|\tilde{T}(t)| \text{ за законом (26)}}. \quad (28)$$

Нехай $t_{\text{розг.}}$ задовольняє умові (9), коли реалізується лише один максимум функції $|T(t)|$, тобто $t_{\text{розг.}} = \pi/\omega$. У такому випадку у чисельнику (28) фігурує максимальне значення $|T(t)|$. У знаменнику (28) максимальне значення $|\tilde{T}(t)|$ реалізується у кінці процесу розгону, тобто при $t = t_{\text{розг.}}$. Використовуючи формули $T_A = 2A \cdot C$ й вираз \tilde{T}_{max} з (27) для μ матимемо:

$$\mu = \frac{12}{\pi^2} \approx 1,216 > 1. \quad (29)$$

Цей результат доводить наступне: режим руху кранової системи, що описується диференціальним рівнянням (5), і суттєвим є вплив на власне кран розгойдування вантажу, що супроводжується коливаннями: а) сил опору цьому рухові; б) сил натягу канатів, – є нераціональним у порівнянні з режимом руху системи, котрий описується законом для $\xi(t)$ (25), оскільки при останньому коливання маятнікового типу взагалі відсутні, а динамічні (максимальні) навантаження канатів (пружних елементів системи) менші.

Визначимо закони руху мас m_1 та m_2 , якщо $\xi(t)$ змінюється за (25). Для цього підставляємо вираз $\xi(t)$ (25) у перше та друге рівняння системи (4), а потім кожне з них двічі інтегруємо по t за нульових початкових умов:

$$x_1|_{t=0} = \dot{x}_1|_{t=0} = 0; \quad \dot{x}_2|_{t=0} = x_2|_{t=0} = 0. \quad (30)$$

В результаті отримаємо:

$$\left\{ \begin{array}{l} x_1(t) = \frac{(P-W)}{2m_1} \cdot t^2 - \frac{C}{m_1^2} \cdot (P-W) \cdot \left\{ \frac{t^4}{24} - \frac{t^5}{60t_{\text{розг.}}} \right\}; \\ x_2(t) = \frac{C \cdot (P-W)}{m_1 \cdot m_2} \cdot \left\{ \frac{t^4}{24} - \frac{t^5}{60t_{\text{розг.}}} \right\}. \end{array} \right. \quad (31)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x_1(t) = \frac{(P-W)}{2m_1} \cdot t^2 - \frac{C}{m_1^2} \cdot (P-W) \cdot \left\{ \frac{t^4}{24} - \frac{t^5}{60t_{\text{розг.}}} \right\}; \\ x_2(t) = \frac{C \cdot (P-W)}{m_1 \cdot m_2} \cdot \left\{ \frac{t^4}{24} - \frac{t^5}{60t_{\text{розг.}}} \right\}. \end{array} \right. \quad (32)$$

Знайдемо значення $x_1(t)|_{t=t_{\text{розг.}}}$, $x_2(t)|_{t=t_{\text{розг.}}}$. Підставляючи у (31) і (32) $t = t_{\text{розг.}}$. Матимемо:

$$x_1(t)|_{t=t_{\text{розг.}}} = \Delta_1 = \frac{(P-W)}{2m_1} \cdot t_{\text{розг.}}^2 - \frac{C}{m_1^2} \cdot (P-W) \cdot \left\{ \frac{1}{40} \cdot t_{\text{розг.}}^4 \right\}, \quad (33)$$

$$x_2(t)|_{t=t_{\text{розг.}}} = \Delta_2 = \frac{C \cdot (P-W)}{m_1 \cdot m_2} \cdot \left\{ \frac{1}{40} \cdot t_{\text{розг.}}^4 \right\}, \quad (34)$$

Сила напруження у пружному елементі (канаті) в кінці процесу розгону кранової системи має вид:

$$F(t)|_{t=t_{\text{розг.}}} = C(\xi(t))|_{t=t_{\text{розг.}}} = C \cdot \{\Delta_1 - \Delta_2\}. \quad (35)$$

Оскільки у кінці розгону кранової системи маси m_1 та m_2 набувають деякої однакової швидкості руху V , тоді, знаючи цю величину, можна визначити $t_{\text{розг.}}$. Для цього треба продиференціювати по часу t один раз вирази (31) й (32), потім підставити у знайдені співвідношення для $\dot{x}_1(t)$ й $\dot{x}_2(t)$ замість $t \rightarrow t_{\text{розг.}}$, а потім розв'язати нелінійну систему рівнянь, у котрій присутні $t_{\text{розг.}}$ й V . У результаті матимемо:

$$t_{\text{розг.}} = \frac{(m_1 + m_2) \cdot V}{(P - W)}; \quad V = \frac{(P - W) \cdot t_{\text{розг.}}}{(m_1 + m_2)}. \quad (36)$$

У залежності від того, який параметр задається у задачі пуску кранової системи із режиму спокою, слід використовувати або перше (задана V), або друге співвідношення (задана $t_{\text{розг.}}$) з (36).

ВИСНОВКИ

1. У межах моделі двомасової системи визначені параметри режимів руху мостового крану, за яких у пружному елементі (канаті) відсутні коливні процеси, навантаження набувають мінімальних значень у період пуску кранової системи.
2. Показано, що (за відсутності коливних процесів у пружній ланці системи) максимальні значення напружень, які у ній виникають, менші за ті, котрі існують при звичайних режимах пуску.

3. Визначені джерела виникнення параметричних коливань у пружній ланці (за рахунок зміни у часі сумарного зусилля натягу канатів за гармонічним законом $\sim \sin^4\left(\frac{\omega \cdot t}{2}\right)$, де ω – власна частота коливань системи). Всебічне дослідження цих явищ буде проведене у подальшому.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Мандельштам Л.И. Лекции по теории колебаний. – М.: Наука, 1972. 418 с.
2. Лобов Н.А. Динамика грузоподъемных кранов. – М.: Машиностроение, 1987. 160 с.
3. Абрамович И.И., Котельников Г.А. Козловые краны общего назначения. – М.: Машиностроение, 1983. 232 с.
4. Артоболевский И.И., Лощинин В.С. Динамика машинных агрегатов на предельных режимах движения. – М.: Наука, 1977. 325 с.
5. Грузоподъемные машины / М.П. Александров, Л.Н. Колобов, Н.А. Лобов и др. – М.: Машиностроение, 1986. 400 с.
6. Грузоподъемные краны / Под. ред. М.П. Александрова. – М.: Машиностроение. Кн.1. 1981. 216 с.; Кн.2. 1981. 287 с.
7. Казак С.А. Динамика мостовых кранов. – М.: Машиностроение, 1968. 472 с.
8. Лобов Н.А. Об устойчивости движения мостовых кранов. Труды МВТУ им. Н.Э. Баумана. 1977. №255. - С. 3-24.
9. Лобов Н.А. Автоматизация ограничения грузоподъемности кранов мостового типа. Автоматизация процессов точной отделочной обработки и транспортно-складских операций в машиностроении. – М.: Наука, 1979. - С. 166-170.
10. Лобов Н.А. Динамика подъема груза мостовыми кранами. . Труды МВТУ им. Н.Э. Баумана. 1982. №371. - С.42-75.
11. Ловейкін В.С., Ромасевич Ю.О. Динаміка машин. – К.: ЦП “Компрінт”, 2013. 221 с.
12. Ловейкін В.С., Расчеты оптимальных режимов движения механизмов строительных машин. – К.: УМК ВО, 1990. – 168 с.
13. Ловейкін В.С., Ромасевич Ю.О., Човнюк Ю.В., Кадикало І.О. Динаміка й оптимізація підйомно-транспортних машин. – К.: ЦП “Компрінт”, 2019. – 292 с.
14. Ловейкін В.С., Ромасевич Ю.О. Динамічна оптимізація механізму підйому вантажу мостових кранів. – К.: ЦП “Компрінт”, 2015. – 197 с.
15. Ловейкін В.С., Човнюк Ю.В., Діктерук М.Г., Пастушенко С.І. Моделювання динаміки механізмів вантажопідйомних машин. – К. – Миколаїв: РВВ МДАУ, 2004. – 286 с.
16. Ловейкін В.С., Ромасевич Ю.О. Оптимізація перехідних режимів руху механічних систем прямим варіаційним методом. – К.-Ніжин: Видавець ПП Лисенко М.М., 2010. – 184 с.
17. Ловейкін В.С., Нестеров А.П. Динамічна оптимізація підйомних машин. – Х.: ХДАДТУ, 2002. – 185 с.
18. Ловейкін В.С., Човнюк Ю.В., Ромасевич Ю.О. Застосування методів варіаційного числення в задачах оптимального управління вантажопідйомними машинами сільськогосподарського призначення // Підйомно-транспортна техніка. – 2010. – №2. – С.3-15.

Ph.D., Professor **ISA Chovnyuk Yurii**,
Associate Professor **Cherednichenko Petro**,
Ph.D., Associate Professor **Ostapushchenko Olga**, **Kravchenko Igor**,
Kyiv National University of Construction and Architecture, Ukraine

ANALYTICAL APPROACH IN THE ANALYSIS AND OPTIMIZATION OF CRANES DYNAMIC LOADS DURING THEIR START-UP: SWINGING THE LOAD

During the operation of the cranes pendulum swings of the load are observed. They cause cranes or cargo carts uneven movement, additional loads on power elements of cranes, create inconvenience during their operation. This must be taken into account during detailed cranes calculations.

In bridge, gantry and some other standard types of cranes which move along a rail path, load pendulum oscillations frequency relative to the crane is significantly lower than the elastic oscillations frequency of the crane metal structure and the movement mechanism transmission. Therefore, the load pendulum oscillations can be considered practically independent from the crane elastic oscillations and when calculating them, the metal structure and movement mechanism transmission can be taken as absolutely rigid. In this study to determine the dynamic loads acting on the metal structure and the movement mechanism transmission, the law of ropes tension horizontal component change, which arises as a result of the load pendulum oscillations, is given in the form of a known time function, which is determined according to the scheme of an absolutely rigid crane. This approach allows to reduce the order of motion equations of the crane dynamic system by two units. In accordance with the above, the calculation of pendulum oscillations of the load on a ropes can be carried out according to the simplest two-mass scheme. This is exactly the approach implemented in the study. Motion conditions and equations of the “cargo cart – the load on a rope” system analytically determined, at which dynamic loads in the rope/elastic element have the smallest (minimum) values in the starting mode of the bridge-type crane.

Key words: analysis; optimization (minimization); dynamic loads; bridge type cranes; start-up; swinging the load; pendulum swings.

REFERENCES

1. Mandelshtam L.Y. Lektsyy po teoryy kolebaniy. – M.: Nauka, 1972. 418 s. {in Russian}
2. Lobov N.A. Dynamyka hruzorodъemnykh kranov. – M.: Mashynostroenyey, 1987. 160 s. {in Russian}

3. Abramovych Y.Y., Kotelnikov H.A. Kozlovnye kраны obshcheho naznacheniya. – M.: Mashynostroeniye, 1983. 232 s. {in Russian}
4. Artobolevskiy Y.Y., Loshchynyn V.S. Dynamika mashynnykh ahreatov na pre-delnykh rezhymakh dvyzheniya. – M.: Nauka, 1977. 325 s. {in Russian}
5. Hрузородъемные машыны/M.P. Aleksandrov, L.N. Kolobov, N.A. Lobov y dr. – M.: Mashynostroeniye, 1986. 400 s. {in Russian}
6. Hрузородъемные kраны / Pod. Red. M.P. Aleksandrova. – M.: Mashynostroeniye. Kn.1. 1981. 216 s.; Kn.2. 1981. 287 s. {in Russian}
7. Kazak S.A. Dynamika mostovykh kранov. – M.: Mashynostroeniye, 1968. 472 s. {in Russian}
8. Lobov N.A. Ob ustoichyvosty dvyzheniya mostovykh kранov. Trudy MVTU ym. N.Э. Baumana. 1977. №255. S. 3-24. {in Russian}
9. Lobov N.A. Avtomatyzatsiya ohranycheniya hрузородъемnosti kранov mostovoho typu. Avtomatyzatsiya protsessov tochnoi otdelochnoi obrabotky y transportno-skladskykh operatsiy v mvshynostroenyu. – M.: Nauka, 1979. S. 166-170. {in Russian}
10. Lobov N.A. Dynamika rodъema hрузa mostovyму kранамy. Trudy MVTU ym. N.Э. Baumana. 1982. №371. S.42-75. {in Russian}
11. Loveikin V.S., Romasevych Yu.O. Dynamika mashyn. – K.: TsP “Komprint”, 2013. 221 s. {in Ukrainian}
12. Loveikin V.S., Raschetы optymalnykh rezhymov dvyzheniya mekhanyzmov stroitelnykh mashyn. – K.: UMK VO, 1990. – 168 s. {in Ukrainian}
13. Loveikin V.S., Romasevych Yu.O., Chovniuk Yu.V., Kadykalo I.O. Dynamika y optymizatsiia pidiomno-transportnykh mashyn. – K.: TsP “Komprint”, 2019. – 292 s. {in Ukrainian}
14. Loveikin V.S., Romasevych Yu.O. Dynamichna optymizatsiia mekhanizmu pidiomu vantazhu mostovykh kранiv. – K.: TsP “Komprint”, 2015. – 197 s. {in Ukrainian}
15. Loveikin V.S., Chovniuk Yu.V., Dikteruk M.H., Pastushenko S.I. Modeliuvannia dynamiky mekhanizmiv vantazhopidiomnykh mashyn. – K. – Mykolaiv: RVV MDAU, 2004. – 286 s. {in Ukrainian}
16. Loveikin V.S., Romasevych Yu.O. Optymizatsiia perekhidnykh rezhymiv rukhu mekhanichnykh system priamym variatsiinym metodom. – K.; Nizhyn: Vydavets PP Ly-senko M.M., 2010. – 184 s. {in Ukrainian}
17. Loveikin V.S., Nesterov A.P. Dynamichna optymizatsiia pidiomnykh mashyn. – Kh.: KhDADTU, 2002. – 185 s. {in Ukrainian}
18. Loveikin V.S., Chovniuk Yu.V., Romasevych Yu.O. Zastosuvannia metodiv variatsiinoho chyslennia v zadachakh optymalnoho upravlinnia vantazhopidiomnyy mashynamy silskohospodarskoho pryznachennia // Pidomno-transportna tekhnika. – 2010. – №2. – S.3-15. {in Ukrainian}