

DOI: 10.32347/2786-7269.2022.2.106-114

УДК 532.546

к.т.н., доцент **Обертас І.А.**,

obertas@ukr.net, ORCID: 0000-0003-2006-2877

Київський національний університет будівництва і архітектури

## ДОСЛІДЖЕННЯ ЗМІН КОЕФІЦІЄНТУ ФІЛЬТРАЦІЇ ПОРИСТОГО СЕРЕДОВИЩА ПРИ РІЗНИХ ТИПАХ УТВОРЕННЯ ОСАДУ. ТЕОРЕТИЧНИЙ АНАЛІЗ І ПРАКТИЧНІ РЕКОМЕНДАЦІЇ ДЛЯ РОЗРАХУНКІВ ОЧИСНИХ ФІЛЬТРІВ

*На підставі аналогії між ламінарною течією в'язкої рідини у трубі і фільтрацією у пористому середовищі, що підпорядковується лінійному закону опору Дарсі, отримано формулу для визначення коефіцієнту фільтрації при комбінованій формі утворення осаду. Надано практичні рекомендації щодо вибору теоретичних і апроксимуючих експериментальних залежностей при різних типах утворення осаду*

*Ключові слова: коефіцієнт фільтрації; осад; кольматація; моделювання.*

**Вступ.** Теоретичні і прикладні дослідження фільтрації неоднорідних рідин в пористих середовищах зі змінними властивостями останнім часом отримали значний розвиток у зв'язку з рішенням задач очистки води від дрібнодисперсних мінеральних і колоїдних частинок і розчинених речовин, а також, при вивченні фільтрації і міграції забруднень в ґрунтах і ґрунтових водах [2-5,7-9]. Зміни властивостей пористих середовищ відбуваються внаслідок різноманітних механічних, фізико-хімічних і біохімічних процесів масообміну (фазових перетворень), що відбуваються на поверхні частинок середовища (поверхневий (плівковий) тип утворення осаду внаслідок адсорбції) або безпосередньо в порових каналах (об'ємний (дисперсний) тип утворення осаду внаслідок міжкомпонентних взаємодій і фазових перетворень безпосередньо у рідкій фазі при наявності центрів осадоутворення).

При накопиченні осаду (процес кольматації) відбувається зменшення пористості і коефіцієнту фільтрації, а при втратах (процес суфозії) – збільшення цих важливих фільтраційних параметрів пористого середовища. Крім того, при фільтрації багатофазних і багатокомпонентних рідин осад може утворюватися в змішаній (комплексній) формі, тобто як у плівковій, так і в об'ємній формах. Тип процесу осадоутворення, а, відповідно, і форма осаду, визначаються на підставі лабораторних досліджень і залежать від питомої площі поверхні частинок завантаження фільтра, адгезійних і сорбційних властивостей частинок середовища, типу забруднень, хімічного складу, рН,

температури та інших характеристик пористого середовища і порових вод. Таким чином, встановлення характеру залежності коефіцієнту фільтрації від концентрації осаду для розглянутих типів процесу має важливе значення для розрахунків очисних фільтрувальних споруд, а також при прогнозуванні змін екологічної ситуації при міграції забруднень різного походження фільтрації підземних вод в умовах ґрунтів із змінними властивостями при їх кольматації і суфозії.

**Теоретичні дослідження змін коефіцієнта фільтрації при різних типах відкладення осаду.** На підставі теоретичного аналізу гідродинамічного потоку з використанням відомого методу подібності між ламінарним потоком води у циліндричній трубці і течією у пористому середовищі, що підпорядковується лінійному закону опору (закону Дарсі) для розглянутих вище типів утворення осаду отримані наступні формули для обчислення коефіцієнту фільтрації пористого середовища:

1. В разі плівкового типу утворення осаду у роботі [4] отримана формула

$$k(\sigma_1^*) = k_0(1 - \sigma_1^*), \quad \sigma_1^* = \sigma_1 / \sigma_{max}, \quad (1)$$

де  $\sigma_1$  - концентрація осаду у плівковій формі;  $\sigma_{max}$  - максимальна концентрація осаду у усіх формах;  $\sigma_1^*$  - відносна концентрація осаду у плівковій формі;  $k_0$  - коефіцієнт фільтрації пористого середовища при відсутності осаду;  $k(\sigma_1^*)$  - коефіцієнт фільтрації середовища при наявності осаду в плівковій формі.

При  $\sigma_1^* = 0$  з (1) отримаємо  $k(\sigma_1^*) = k_0$ , а при  $\sigma_1^* = 1$ , маємо  $k(\sigma_1^*) = 0$ .

2. В разі об'ємної форми утворення осаду також у роботі [4] отримана формула:

$$k(\sigma_2^*) = k_0 \left( 1 + \sigma_2^* + \frac{1 - \sigma_2^*}{\ln(\sqrt{\sigma_2^*})} \right) \quad \sigma_2^* = \sigma_2 / \sigma_{max} \quad (2)$$

де  $\sigma_2$  - концентрація осаду у об'ємній формі;  $\sigma_2^*$  - відносна концентрація осаду у об'ємній формі;  $k(\sigma_2^*)$  - коефіцієнт фільтрації середовища при наявності осаду у об'ємній формі.

Таким саме чином, як і в попередньому випадку, аналіз формули (2) для граничних значень концентрації показує наступне:

В разі незакольматованого фільтру маємо  $\sigma_2^* \rightarrow 0$ , тоді з формули (2) отримаємо  $\ln(\sqrt{\sigma_2^*}) \rightarrow \infty$ ,  $k(\sigma_2^*) \rightarrow k_0$ . Якщо фільтр повністю закольматований, то  $\sigma_2^* \rightarrow 1$ . В такому випадку у формулі (2) існує невизначеність типу 0/0, що може бути розкрита за допомогою відомого правила Лопіталя, внаслідок чого отримаємо  $k(\sigma_2^*) \rightarrow 0$ .

Далі розглянемо більш докладно випадок комбінованого типу утворення осаду, що раніше теоретично не досліджувався.

3. В разі комбінованого типу утворення осаду відповідно до роботи [4] розглянемо більш докладно модельне уявлення пористого середовища у вигляді коаксіальної трубки (рис.1), де плівковий осад займає простір між радіусами  $R_0$ ,  $R_1$ , ( $R_0$ , - радіус чистої трубки,  $R_1$  – поточний радіус трубки з урахуванням товщини плівкового осаду), а об'ємний осад являє собою циліндричний непроникний стрижень, що має радіус  $R_2$ , (рис.1).

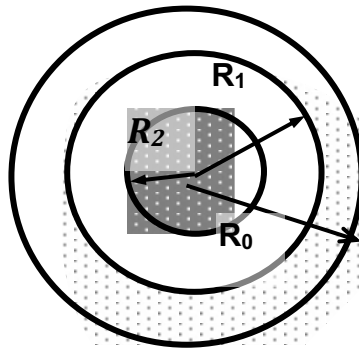


Рис. 1. Випадок комбінованого типу утворення осаду

Для останнього випадку швидкість ламінарної течії в'язкої рідини в закольматованій трубці можна записати у вигляді [6]:

$$V_1 = -\frac{1}{8\mu} \left( R_1^2 + R_2^2 + \frac{R_1^2 - R_2^2}{\ln(R_2/R_1)} \right) \frac{dp}{dx}, \quad (3)$$

а для чистої трубки [6]:

$$V_0 = -\frac{R_0^2}{8\mu} \frac{dp}{dx}, \quad (4)$$

де координатна вісь  $Ox$  спрямована уздовж трубки,  $\mu$  – динамічна в'язкість рідини,

$p$  – тиск,  $V_1, V_0$  - швидкість рідини в трубці при наявності і відсутності осаду відповідно.

У даному випадку також позначимо відносну концентрацію плівкового осаду  $\sigma_1^*$ , і об'ємну -  $\sigma_2^*$  (рис 1), для яких на підставі згаданого методу аналогії можливо записати співвідношення:

$$\sigma_1^* = \frac{R_0^2 - R_1^2}{R_0^2}, \quad \sigma_2^* = \frac{R_2^2}{R_0^2} \quad (5)$$

Сумарну відносну концентрацію осаду  $\sigma^*$  можливо записати у вигляді:

$$\sigma^* = \sigma_1^* + \sigma_2^* = \frac{\pi(R_0^2 - R_1^2) + \pi R_2^2}{\pi R_0^2} \quad (6)$$

Розділивши ліву і праву частини виразу (3) на (4) з урахуванням позначень (5), (6) після нескладних перетворень із застосуванням методу подібності, як викладено у роботі [1], отримаємо:

$$k(\sigma_1^*, \sigma_2^*) = k_0 \left( 1 - \sigma_1^* + \sigma_2^* + \frac{1 - \sigma_1^* - \sigma_2^*}{\ln \left( \sqrt{\sigma_2^* / (1 - \sigma_1^*)} \right)} \right) \sigma^* = \sigma_1^* + \sigma_2^* \quad (7)$$

де  $\sigma^*$  - загальна відносна концентрація осаду в пористому середовищі;

$k(\sigma_1^*, \sigma_2^*)$  - коефіцієнт фільтрації пористого середовища, що залежить від концентрації осаду у плівковій і об'ємній формах.

**Аналіз отриманих співвідношень.** На підставі обробки результатів експериментальних досліджень при очищенні забруднених вод від завислих забруднень для коефіцієнту фільтрації  $k(\sigma^*)$  багатьма авторами отримані різні апроксимаційні співвідношення, які можливо записати у вигляді наступної узагальненої двопараметричної формули [1]:

$$k(\sigma^*) = k_0 \left( 1 - (\sigma^*)^{n_1} \right)^{n_2} \quad (8)$$

де  $n_1, n_2$  - дослідні коефіцієнти, значення яких отримані різними авторами і наведені в роботі [1]

Графіки функції (8) показано на рис. 2, де за результатами експериментальних досліджень Г. Хадсона:  $n_1 = n_2 = 1$  (лінія 1); В. Мацкрле:  $n_1 = 1, n_2 = 1.2$  (крива 2) або  $n_2 = 2$  (крива 3); Д.М. Мінца:  $n_1 = 1, n_2 = 3$  (крива 4); Ю.М. Шехтмана:  $n_1 = 0,5, n_2 = 3$  (крива 5).

Для порівняння на рис. 2 також приведені графіки функції  $k(\sigma^*)/k_0$ , що побудовані за отриманими вище теоретичним формулам (1) - лінія 1 и (2) - крива 6. На підставі аналізу кривих можливо зробити висновки, що результати Г. Хадсона:  $n_1 = n_2 = 1$  (лінія 1) повністю відповідають випадку відкладення осаду на поверхні частинок пористого завантаження фільтра, а результати Ю.М. Шехтмана:  $n_1 = 0,5, n_2 = 3$  (лінія 5) досить близько відповідають випадку об'ємного відкладення осаду при частковій закупорці порових каналів. Інші криві 2, 3 і 4 за результатами проведеного аналізу відповідають комбінованому випадку формування осаду в пористому середовищі.

Таким чином, теоретичні залежності, що отримані на підставі аналогії між ламінарного течією рідини в трубці і лінійною фільтрацією у пористому середовищі добре відповідають результатам експериментальних досліджень, що описуються узагальненою формулою (8).

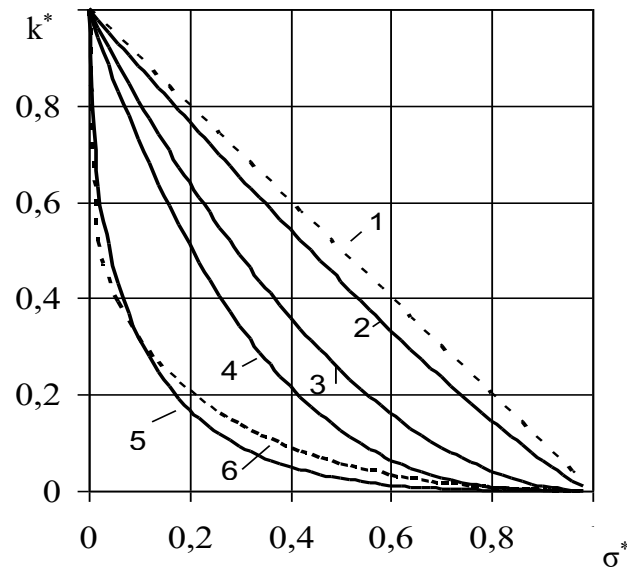


Рис. 2 . Графіки відносного коефіцієнту фільтрації  $k^*(\sigma^*) = k(\sigma^*)/k_0$  за формулами (1), (2), (8).

Окрім двопараметричної ступеневої залежності (8) широке застосування при обранні апроксимуючих залежностей набули експоненціальна формула виду [3-5,7-9]:

$$k(\sigma^*) = k_0 \exp(-\alpha \sigma^*), \quad (9)$$

де параметр  $\alpha$  визначається на підставі обробки результатів експериментальних даних для того діапазону концентрації осаду, в якому проводилися експериментальні дослідження.

У деяких роботах, наприклад[3,7], приймається інша форма експоненціальної залежності коефіцієнту фільтрації пористого середовища від концентрації осаду:

$$k(\sigma^*) = k_0 \exp\left(-\frac{\sigma^*}{A - \sigma^*}\right) \quad (10)$$

Зазначимо, що дослідний параметр  $A$  дорівнює одиниці при суто теоретичному розгляді процесу накопичення осаду  $A=1$ , але в реальних умовах процес осадоутворення значно уповільнюється при наближенні до повного насичення порового простору осадом, тому в роботі [7] рекомендується приймати значення параметра  $A$  в межах 0,7 -:-0,8.

На рис.3 наведено порівняння змін відносного коефіцієнту фільтрації  $k^* = k(\sigma^*)/k_0$  по теоретичній формулі (1) для плівкової форми утворення осаду (лінія 1) і для об'ємної форми утворення осаду (лінія 2)) із апроксимуючими залежностями експоненціального типу (9) і (10) при різних значеннях дослідних параметрів. Лінії 3-5 проведені відповідно до формули (9) при  $\alpha = 2$

(крива 3),  $\alpha = 3.5$  (крива 4),  $\alpha = 5$  (крива 5). Аналіз рисунку показує, що при  $\alpha = 2$  формула (9) може бути використана при переважно плівковій формі утворення осаду в діапазоні змін відносної концентрації осаду  $0 \leq \sigma^* \leq 0.8$ ; при  $\alpha = 3.5$  формула (9) може бути використана при переважно комбінованій формі утворення осаду в діапазоні змін відносної концентрації осаду  $0 \leq \sigma^* \leq 0.96$ ; при  $\alpha = 5$  формула (9) може бути використана при переважно об'ємній формі утворення осаду в діапазоні змін відносної концентрації осаду  $0 \leq \sigma^* < 1$ .

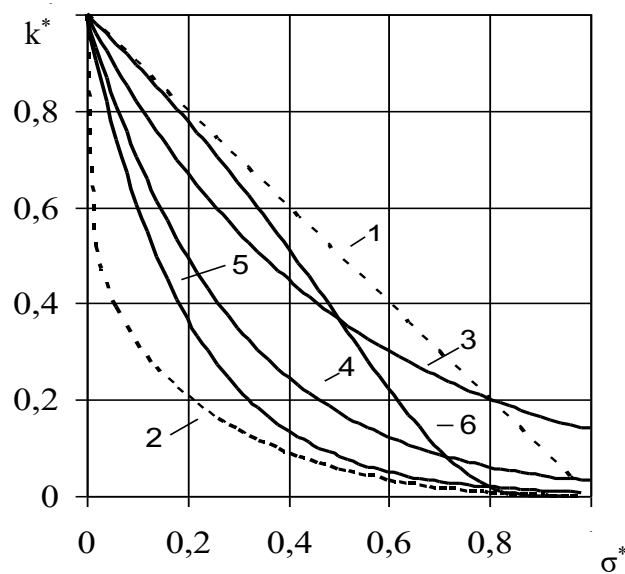


Рис. 3. Графіки відносного коефіцієнту фільтрації  $k^*(\sigma^*) = k(\sigma^*)/k_0$  по формулам (1), (2), (9), (10).

При розрахунках очисних фільтрів і розв'язанні задач міграції забруднень в ґрунтах із змінними властивостями частіше за все приймається лінійна залежність пористості завантаження фільтру або ґрунту від концентрації осаду [3,5,7,8].

$$n(\sigma^*) = n_0(1 - \sigma^*) \quad (11)$$

де  $n_0$  - пористість середовища при відсутності осаду;  $n(\sigma^*)$  пористість середовища, що змінюється при накопиченні і витратах осаду внаслідок фазових перетворень.

Швидкість фільтрації в очисному фільтрі або ґрунті при накопиченні (кольматація) або витраті (суфозія) осаду в поровому просторі описується формулою [2,5,7]:

$$V = -k(\sigma^*) \frac{dp}{dx} \quad (12)$$

де  $V$  - швидкість фільтрації,  $p$  - тиск.

Постановку і розв'язання деяких задач фізико-хімічної гідродинаміки рідин в пористих середовищах із змінними властивостями стосовно моделювання очистки забруднених вод фільтруванням і дослідження процесів фільтрації і міграції забруднень в ґрунтах з урахуванням суфозії і кольматації приведено, наприклад, в роботах [ 2,3,5,7].

**Висновки і рекомендації.** Задля обґрунтованого вибору формули залежності коефіцієнту фільтрації пористого середовища від концентрації осаду доцільно провести попередні лабораторні дослідження процесу очистки для конкретного типу забруднених вод і матеріалу завантаження фільтра.

При суто теоретичних дослідженнях процесів очищення можуть бути використані як теоретичні, так і експериментальні залежності, а в практичних розрахунках може бути використана однопараметрична експоненціальна залежність з урахуванням приведених рекомендацій щодо вибору значення показника експоненти за експериментальними даними або з літературних джерел з подібними умовами очищення води від забруднень методом фільтрування.

#### Список використаних джерел

1. Венецианов Е.В., Рубинштейн Р.Н. Динамика сорбции из жидких сред. - М.: Наука, 1983, - 237 с.
2. Добронравов О.О., Кремез В.С.. Моделювання фільтрації ґрунтових вод з урахуванням суфозії і кольматації // Проблеми водопостачання, водовідведення та гідравліки. – 2006. - Вип. 7. - С.147 – 15.
3. Калугин Ю.И., Киселев С.К., Олейник А.Я. Моделирование удаления железа из воды фильтрованием с учетом изменения фильтрационных свойств среды // Доклады НАНУ. – 1998. - N 7. - С. 53-56.
4. Кремез В.С. Теоретичне обґрунтування залежності коефіцієнта фільтрації пористого середовища від концентрації осаду// Проблеми водопостачання, водовідведення та гідравліки. – Київ: 2004, вип. 3. - С. 107-112.
5. Кремез В.С. Моделирование очистки воды от взвешенных загрязнений // Вісник Одеської державної академії будівництва та архітектури/ - ОДЕСА, ОДАБА, 2005, с. 190-194.
6. Лойцянский Л.Г. Механика жидкости и газа. - М.: Наука, 1970. – 903 с.
7. Тугай А.М., Олійник О.Я., Тугай Я.А. Продуктивність водозабірних свердловин в умовах кольматажу. Харківська національна академія міського господарства. Харків, 2004, 240 с.
8. Benito Chen-Charpentier and Hristo V. Kojouharov Modeling of subsurface Biobarrier formation \ Journal of Hazardous Substance Research, Volume Three, 2001, p. 1-1-1-13.

9. Tushar Kanti Sen, Sachin Shanbhag b, Kartic C. Khilar. Subsurface colloids in ground water contamination: a mathematical model, p. 29-38. <http://dspace.library.iitb.ac.in/jspui/bitstream/10054/669/1/5233-6.pdf>

Ph.D or candidate of science, associate professor **Obertas Irina**,  
Kyiv National University of Construction and Architecture

## **RESEARCHES OF CHANGES OF THE COEFFICIENT OF A FILTRATION OF THE POROUS MEDIA AT THE DIFFERENT TYPES OF FORMATION OF A DEPOSIT. THE THEORETICAL ANALYSIS AND PRACTICAL RECOMMENDATIONS FOR CALCULATIONS OF CLEARING FILTERS**

On the basis of analogy between the laminar flow of a viscous liquid in a tube and a filtration in the porous media which submits to the linear law of resistance Darcy the formula for calculation of coefficient of a filtration at the combined form of adjournment of a deposit is obtained. Practical recommendations for a choice of theoretical and approximating experimental dependences for different types of formation of a deposit are given.

Theoretical and applied studies of filtration of heterogeneous ridins in porous mediums with changing powers took away significant development in connection with solutions to the problems of water purification in the form of finely dispersed mineral and columnar particles and speeches. Changes in the power of porous media are observed in the history of various mechanical, physical-chemical and biological processes of mass transfer which are visible on the surface of the particles of the middle (surfase – the slurry type of the settlements of the siege after adsorption), or without the middle in the port channels (volume – the dispersed type of the settlement of the siege).

With accumulated siege (the process of colmatation), a change in porosity and filtration coefficient is observed, and with inflows (the process of suffocation) – an increase in these important parameters of the porous medium.

When filtering rich-phase and rich components sieges, it can be settled in a mixed (complex) form, like in plivkovy so in general. In case of filfiltration of rich-phase and rich-component native sediments, it can be settled in mixed (complex) forms – like in smelt, and in general forms. The type of the process of the siege of creation and indicated on the basis of laboratory data. To lie in the nursery area on the surface of the particles of interest, adhesive and sorption power of the particles of the medium, according to the type of encroachment, district, temperature and other characteristics of the porous medium and pore waters.

Key words: coefficient of a filtration; deposit; colmatage; modeling.



**REFERENCES**

1. Venetsyanov E.V., Rubynshtein R.N. *Dinamyka sorbtsyy yz zhydkykh sred.* - M.: Nauka, 1983, - 237 s. {in Russian}.
2. Dobronravov O.O., Kremez V.S.. *Modeliuvannia filtratsii hruntovykh vod z urakhuvanniam sufozii i kolmatatsii //Problemy vodopostachannia, vodovidvedennia ta hidravliky. – 2006. - Vyp. 7. - S.147 – 15. {in Ukrainian}*
3. Kaluhyn Yu.Y., Kyselev S.K., Oleinyk A.Ia. *Modelyrovanye udalenyia zheleza yz vody fyltrovanyem s uchetom yzmenenyia fyltratsyonnykh svoistv sredy //Doklady NANU. – 1998. - N 7. - C. 53-56. {in Ukrainian}*
4. Kremez V.S. *Teoretychne obgruntuvannia zalezhnosti koefitsiienta filtratsii porystoho seredovyscha vid kontsentratsii osadu// Problemy vodopostachannia, vodovidvedennia ta hidravliky. – Kyiv: 2004, vyp. 3. - S. 107-112. {in Ukrainian}.*
5. Kremez V.S. *Modelyrovanye ochystky vody otvzveshennykh zahriazneniy //Visnyk Odeskoi derzhavnoi akademii budivnytstva ta arkhitektury/ - ODESA, ODABA, 2005, s. 190-194. {in Ukrainian}.*
6. Loitsianskyi L.H. *Mekhanika zhydkosti y haza.* - M.: Nauka, 1970. – 903 s. {in Russian}.
7. Tuhai A.M., Oliinyk O.Ia., Tuhai Ya.A. *Produktyvnist vodozabirnykh sverdlovin v umovakh kolmatazhu. Kharkivska Natsionalna Akademiia miskoho hospodarstva, Kharkiv, 2004, 240 s. {in Ukrainian}.*
8. Benito Chen-Charpentier and Hristo V. Kojouharov *Modeling of subsurface Biobarrier formation\ Journal of Hazardous Substance Research, Volume Three, 2001, p. 1-1-1-13. {in England}*
9. Tushar Kanti Sen, Sachin Shanbhag b, Kartic C. Khilar. *Subsurface colloids in ground water contamination: a mathematica lmodel, p. 29-38. <http://dspace.library.iitb.ac.in/jspui/bitstream/10054/669/1/5233-6.pdf>. {in English}*